

ВЕРОЯТНОСТЬ ВЫПАДЕНИЯ СЕРИЙ ПРИ НЕСКОЛЬКИХ ПРОМАХАХ КАК ЭКВИВАЛЕНТ ВЕРОЯТНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЕРИЙ В МНОГОМЕРНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

Филатов О.В. Email: Filatov6112@scientifictext.ru

Филатов Олег Владимирович - инженер-программист,
ЗАО «Научно технический центр «Модуль», г. Москва

Аннотация: описаны свойства стохастической случайности для монотонных серий в многомерных пространствах в окрестности многомерной точки; исследовано распределение серий случайных событий в окрестности многомерной точки; дана упрощающая модель распределения случайных событий, которая так же является моделью вероятности выпадения серий случайных событий при нескольких промахх; перечислены основные исследовательские направления и практические применения для «Комбинаторики длинных последовательностей» - которая претендует на научное направление, которое может объединить классическую комбинаторику для малого числа объектов, со статистикой и направлением «big data».

Ключевые слова: комбинаторика, Комбинаторика длинных последовательностей, Ю. Чайковский, Колмогоров, Мизес, стохастичность, составное событие, элементарное событие, КДП, СС, эл.

THE PROBABILITY OF HITTING A RUN WITH SEVERAL MISSES AS AN EQUIVALENT TO THE PROBABILITY OF THE DISTRIBUTION OF SERIES IN MULTIDIMENSIONAL SPACES

Filatov O.V.

Filatov Oleg Vladimirovich - Software Engineer,
SCIENTIFIC AND TECHNICAL CENTER «МОДУЛЬ», MOSCOW

Abstract: the properties of stochastic randomness for monotone series in multidimensional spaces in the vicinity of a multidimensional point are described; the distribution of a series of random events in the vicinity of a multidimensional point is investigated; a simplifying model of the distribution of random events is given, which is also a model of the probability of a series of random events falling out with several misses; lists the main research directions and practical applications for "Combinatorics of long sequences" - which claims to be a scientific direction that can combine classical combinatorics, for a small number of objects, with statistics and the direction of "big data".

Keywords: combinatorics, Combinatorics of long sequences, Yu. Tchaikovsky, Kolmogorov, stochasticity, compound event, elementary event, KDP, SS, el.

УДК 51

Сокращения:

СБС - Случайное Бинарное Событие;

СБП - Случайная Бинарная Последовательность;

СС – Составное Событие;

КДП - «Комбинаторика Длинных Последовательностей»;

эл – элементарное случайное событие.

Введение

Существует много актуальных определений вероятности, которые объясняют вероятность при помощи: равновозможности, меры, стохастичности (устойчивости частот). Все эти подходы Ю. Чайковский объединил в своём определении [8, стр. 230]: «Вероятность как инвариант некоторого событийного пространства, для которого сформулировано понятие равновозможности ... есть не более чем способ говорить об одном классе случайностей - о стохастичности». Это определение вероятности хорошо интегрируется с новым научным направлением – «Комбинаторикой Длинных Последовательностей» (КДП). КДП начала своё развитие с формирования «событийного пространства» образованного равновозможными бинарными событиями: «0»; «1», которые получили обобщающие название – элы (элементарные события). По Р. Мизесу - Колмогорову множества: «0» и «1» обладают стохастичностью. В КДР случайные бинарные события: «0», «1» объединены в одну сущность – элементарное событие, что привело к упрощению познавательного процесса, упростило вид КДП – формул, описывающих стохастичные вероятностные потоки. Объединение монотонных цепочек эл, в КДП, получило название - Составное Событие (СС) [1 – 4], которое обозначают - ${}^n S$. Составные события ${}^n S$ инвариантны по отношению к образующим их элам (значения «0» и «1» можно поменять друг на друга, число СС в случайной последовательности не изменится). Распределений СС по длинам определяет ф.1 [1 – 4], частоты СС стохастичны.

Поисковая (исследовательская) модель КДП ставит цель - проводить эксперименты над вероятностными потоками, стараясь «подловить» природу на «нелогичности». Следствием разбора экспериментальных данных являлся подбор формул, эти формулы нельзя было вывести логически из-за отсутствия соответствующих разделов ТВ. Правильность формул подтверждается экспериментально.

О сильной ограниченности ТВ применительно ко многим практикам, Ю. Чайковский пишет [8, стр. 246]: «Нынешняя ТВ выстроила вокруг себя то, что Лакатош называл защитным поясом теории [Лакатос, 1995]. Вопреки уверениям, что (ТВ – О.В.) является внутренне самодостаточной и на практике прекрасно работающей, ТВ во многом разошлась как раз с практикой, о чем выше не раз шла речь (напомню хотя бы, что при анализе рушится даже описание ею таких парадных примеров, как симметричная монета и радиоактивный распад) и, на мой взгляд, ныне самодостаточна только как предмет преподавания».

Комбинаторика длинных последовательностей согласуется не только с новым пониманием вероятности, комбинаторика длинных последовательностей согласуется и с взглядами Колмогорова на то, от чего зависит сама вероятность. Вот цитата Колмогорова из [8, стр. 234]: «Действительно важной задачей является не формальное уточнение этого определения (вероятности как предела частоты – Ю.Ч.), а возможно более широкое выяснение условий, при которых такого типа вероятностная случайность должна проявляться» [Колмогоров, 1956, с. 275]». Как подчёркивалось выше, условия экспериментов КДП старались «сломать» законы ТВ, и применение «ломающих» условий привело к появлению практически всех открытий КДП и описывающих их формул.

О важности внешних воздействий на изучаемое явление хорошо знают физики. Колмогоров то же пришёл к осознанию необходимости изучения условий, в которых протекает процесс, формирующий случайные события. Потому, что законы описывающие вероятность именно и определяются физическими условиями, в которых протекают вероятностные процессы. На практике уже давно применяется регулировка условий, в которых протекает вероятностный процесс, для управления вероятностью и получения нужного результата. В играх и стратегиях правила аналогичны физическим условиям, в которых развиваются материальные вероятностные процессы, и смена правил игры есть изменение внешних воздействий на вероятностный процесс. Ю.Чайковский [8, стр. 248]: «Так, случайность в играх традиционно описывается с помощью смешанных стратегий, трактуемых как вероятностные векторы (наборы вероятностей); но их можно понимать и как физические векторы (наборы физических долей)». Визитной карточкой КДП является демонстрация изменения статистических результатов, которые описывают структуру одной и той же случайной бинарной пос-ти при смене метода набора (правил набора) её членов (это парадокс, так как структура одной СБП не может одновременно описываться взаимоисключающими формулами: ф.1.1 и ф.1.2).

Отличие условий сбора эл в ф.1.1 и ф.1.2 (приводящих к парадоксу) заключается в том, что Составные События (СС) из эл, ф.1.1, набираются в одномерном пространстве, а СС, ф.1.2, набираются в двумерном пространстве. Различие условий, в которых как говорил Колмогоров – «проявляется вероятность», заключается в разном числе пространственных измерений, в которых существуют случайные бинарные потоки. Для нас разница между 1-мерным и 2-мерным пространствами СБП заключается в том, что в 1-ом пространстве элы считываются последовательно, и только вправо, а в 2-ом пространстве элы доступны как справа, так и слева от произвольно выбранного эла (эл внедрения, зондовый эл в геометрической вероятности [1,2,5,6,7]).

В статье описано распределение СС в пространствах с произвольным числом измерений. Дискретность измерений рассматриваемых пространств в формулах не равна единице, она равна одной второй: 1/2 – такой шаг соответствует противоположным направлениям, лучам, на горизонтальной оси. Такие лучи будем называть d – лучами (одномерное пространство, ось абсцисс, состоит из двух противоположно направленных d – лучей). В статье рассмотрены d – лучевые пространства. Так как элы распределяются по d – лучам, то наглядна визуальная модель многомерного пространства, в которой эти d – лучи выходят из точки А плоскости, рис.1.

Для экспериментальной проверки распределений СС была построена упрощающая d – мерные пространства компьютерная модель, поиск бит в d – измерениях в ней сведён к выявлению распределения угаданных случайных бит при количестве ошибок равному d (числу измерений d – лучевого пространства).

В настоящее время комбинаторика длинных последовательностей воспринимается как мост между классической комбинаторикой, ТВ (с её стохастичностью и равновозможностью), и статистикой.

Основная часть

В ранних работах по КДП изучалась структура СБП из N Случайных Бинарных Событий (СБС), где $N \gg 1$ (сотни тысяч и миллионов СБС). При последовательном алгоритме учёта СБС, когда все N событий СБП учитывают строго последовательно, структуру СБП определяет ф.1.1 [1 – 4]:

$${}^nS = \frac{N}{2^{n+1}} \quad \text{Ф.1.1}$$

Где: nS – составные события [1 – 4] из n нулей или единиц: «0»; «1»; «00»; «11»; «000»; ...; N - число эл (элементарных событий) СБП; n – длина nS .

Здесь ф.1.1 дана для хронологического описания развития КДП. Особенность ф.1.1 - она увязывает все N элементарные СБС в единую СБП из N эл. Ф.1.1 не выводится из ф.2.1, так как ф.2.1 отбрасывает часть эл, не учитывает те случайные исходы, значения которых не равны заранее выбранному поисковому значению (искомой величине), т.е. в ф.2.1 сумма длин составных событий не даст число N элементарных случайных событий в пос-ти.

При попытках «сломоть» структуру СБП описываемую ф.1.1, в рамках КДП исследований был применён прерывистый алгоритм набора и учёта СС, который получил название – «Геометрический». Попытки увенчались успехом, структура СБП изменялась. При применении геометрического способа набора СС, структура СБП стала определяться ф.1.2 [1,2,5,6,7]:

$${}^n_2S = \frac{N}{k} \cdot \frac{n - z + 1}{2^{n+1}} \quad \text{Ф.1.2}$$

Где: n – число эл в составном событии; n_2S - число геометрических составных событий длины n [1,2,5,6,7] выявляемые методом зондового исследования СБП; z – ширина зонда в элементарных событиях (элах); k – пропускаемое число эл СБП между зондовыми внедрениями.

Если рассматривать не составные события ${}^n_2S(N)$ численности которых зависят от N , а перейти к устойчивым Мизесовским частотам: ${}^n_2f = {}^n_2S/N$, то ф.1.1 для одномерного d – пространства частота ${}^n_{\phi.1.1}f$ принимает вид ф.1.3:

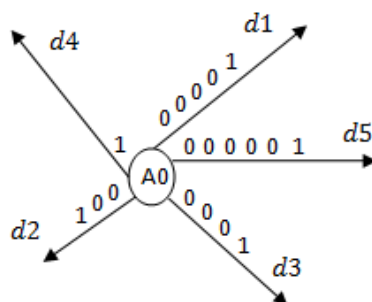
$${}^n_{\phi.1.1}f = \frac{1}{2^{n+1}} \quad \text{Ф.1.3}$$

А для двумерного d – пространства, Мизесовская частота ${}^n_{\phi.1.2}f$, полученная из ф.1.2, при $z=1$ имеет вид ф.1.4:

$${}^n_{\phi.1.2}f = \frac{n}{2^{n+1}} \quad \text{Ф.1.4}$$

Ф.1.1 и ф.1.2 не просто описывают зависящую от способа набора эл структуру одной и той же СБП, они реализуют, по Колмогорову, разные пространственные условия, в которых находится (существует) СБП. Анализ причин приводящих к изменению структур СБП, формулы ф.1.1 и ф.1.2, привёл к идее зависимости свойств СБП от размерности «физического пространства».

Напомним: модель d - пространства можно представить как точку на плоскости с исходящими из неё лучами, рис.1. Число лучей равно числу d – полуизмерений (одно полное измерение содержит два d - луча).



$$\{0\} \in A0; \{0000\} \in d1; \{00\} \in d2; \{000\} \in d3; \{\emptyset\} \in d4; \{00000\} \in d5$$

Рис. 1. Схематичное изображение d – пространства на плоскости

На рис.1 показано распределение СС образованных нулями «0» по d – лучам. На луче $d1$ находится ${}^4S = \langle 0000 \rangle$; на луче $d2$ находится ${}^2S = \langle 00 \rangle$; на $d3$ находится ${}^3S = \langle 000 \rangle$; на луче $d4$ нет ни одного составного события образованного из нулей «0»; на луче $d5$ находится ${}^5S = \langle 00000 \rangle$.

Примером одномерного пространства $d1$ служит пространство выпадений сторон монеты. События в этом одномерном $d1$ пространстве происходят только в одном направлении (из прошлого в будущее), что является положительным $d1$ – лучом на оси X (из точки А, расположенной на оси X, выходят два противоположно направленных луча: $d1$ - положительное направление и $d2$ - отрицательное направление).

При исследовании структуры СБП геометрическим способом ($d = 2$) [1,2,5,6,7], обычны ситуации, когда события слева и справа от зондового события не равны ему, например: «1 ($A_z = 0$) 1»; где: A_z - зондовое

событие равно «0», а левое и правое СБС - «1». В примере: «1 ($A_Z = 0$) 1», длина L составного события определяется по числу эл равных A_Z (их нет, есть две «1»). Но этот один «0», в точке A_Z , он и определит длину СС: $L=1$.

Учёт длин СС, в зависимости от значения зондового события A_Z , происходит для любых d - пространств: $d > 0$. Для экспериментального получения длин СС в d - пространствах была создана простая компьютерная модель. В этой модели: нумерация лучей не учитывается; статистика СС по каждому отдельному d - лучу не производится. Как будет видно из описания работы компьютерной модели, поиск СС в многомерном пространстве можно интерпретировать и как угадывание серии нулей (или единиц) с d промахами. Опишем алгоритм учёта эл по этой модели для СС на рис. 1.

Значение точки А (неважно: либо «0», либо «1») имеет вес единицы, оно входит (с весом 1) в общее число всех эл в СС (искомую длину L) составного события. Для случая на рис. 1, поиск по лучам d начинается только в случае равенства точки А нулю «0» (если А равно «1», то переходим к рассмотрению другой точки).

Убедившись, что мы находимся в точке А, равной нулю, начинаем поиск нулей вначале, условно первого, d - луча, на рис.1 этот луч обозначен как $d1$. На луче $d1$ находится ${}^4S = \langle 0000 \rangle$. Вклад луча $d1$ в общую длину СС равен четырём. После выявления на $d1$, серии «0000», появляется ограничивающая эту серию единица «1», которая означает, что составное событие на луче $d1$ завершено. Переходим к поиску нулей на луче $d2$, и т.д.

В начале луча $d4$, рис.1, нет ни одного нуля «0», мы сразу обнаружим «1», поэтому вклад луча $d4$, в общую длину СС равен нулю. После просмотра всех пяти d - лучей точки А на рис.1, мы получаем составное событие из пятнадцати нулей: ${}^{15}_{d5}S_0 = A\langle 0 \rangle + d1\langle 0000 \rangle + d2\langle 00 \rangle + d3\langle 000 \rangle + d4\langle \rangle + d5\langle 00000 \rangle$.

Очевидно, что поиск по описанному алгоритму применим как для произвольных d - лучевых пространств, так и для поиска серий при d промахах, с любым числом (не)равновероятных исходов V (V - пос-ти), например: в пос-ти выпадений сторон кубика $V = 6$. Примеры распределений СС для V равновероятных случайных исходах, при d промахах (в d - лучевых пространствах), даны в таблице 1.

Таблица 1. Экспериментально полученные распределения ${}^L_{dV}S_d$ по длинам L , при равном числе точек $S_{Alg} = 10^6$ для каждого столбца

L	$d = 1; V4$	$d = 1; V6$	$d = 3; V5$	$d = 5; V3$	$d = 6; V5$	$d = 3; V4$	$d = 4; V3$	$d = 5; V6$
1	751345	833259	511596	131594	262963	422505	197836	401966
2	186426	139006	307603	219197	313765	315567	263698	334244
3	46732	23097	123054	219160	220060	158484	219020	167266
4	11568	3831	41025	171219	117428	65765	146652	65671
5	2940	671	12102	114159	52724	24682	85286	21837
6	727	121	3363	68376	21300	8670	45243	6552
7	191	14	942	37727	7808	2939	22773	1850
8	54	1	233	19914	2785	977	10785	468
9	12		58	9926	809	280	4951	108
10	2		20	4814	261	92	2174	29
...

ф.2.1: ${}^L_{dV}S_d = S_{Alg} \cdot f(L; V; d)$, где: d - число лучей; V - число равновероятных исходов (вершин); $S_{Alg} = \sum {}^L_{dV}S_d = 10^6$ исследуемых точек; Эксп - Vtn327; Теор - Vtn341

По ф.2.1 производится расчёт ${}^L_{dV}S_d$ - составных событий для любых пос-ей в d - пространствах, образованных из V равновероятных случайных исходов: $d > 0$; $V > 1$. Сумма составных событий ${}^L_{dV}S_d$ образованных величиной V_i из множества V равновероятных величин (исходов), на d - лучах, ф.2.1 [9]:

$${}^L_{dV}S_d = S_{Alg} \cdot \frac{\prod_{i=0}^{(d-2)} (L+i)}{V^{(L+d-1)} \cdot (d-1)!} \cdot (V-1)^d \quad \text{Ф.2.1}$$

Где: S_{Alg} - общее число СС (в таблице 1 для каждого столбца $S_{Alg} = \sum {}^L_{dV}S_d = 10^6$). То есть, S_{Alg} - это число раз начала учёта эл, в примере для рис.1 учёт эл начинался когда точка (А) имела значение «0», при значениях А равных «1» учёт не начинался.

Структурно ф.2.1 разбивается на две части: S_{Alg} и ${}^L_{dV}f$, ф.2.2 [9]:

$${}^L_{dV}S_d = S_{Alg} \cdot {}^L_{dV}f(d, V) = S_{Alg} \cdot {}^L_{dV}p(d, V) \quad \text{Ф.2.2}$$

Где: ${}^L_{dV}f = {}^L_{dV}p(d, V)$ - это одновременно и частота и вероятность выпадения СС длины L , запишем ${}^L_{dV}f = {}^L_{dV}p(d, V)$ в виде ф.2.3 [9]:

$${}^L_{dV}f = {}^L_{dV}p(d, V) = \frac{\prod_{i=0}^{(d-2)} (L+i)}{V^{(L+d-1)} \cdot (d-1)!} \cdot (V-1)^d \quad \text{Ф.2.3}$$

Для демонстрации распределения численностей составных событий, получаемых по ф.2.3, приведём графики на рис. 2.

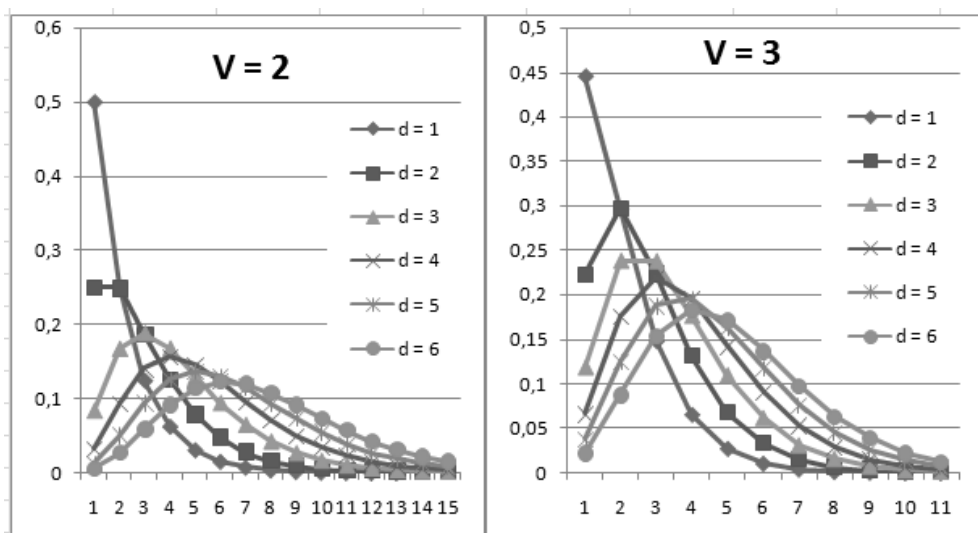


Рис. 2. Распределения составных событий, ф.2.3

На рис. 2 буквой V обозначено число равновероятных исходов, а буквой d – обозначено число лучей в d -мерном пространстве, или, число допустимых промахов при предсказании выпадающего одного определённого состояния из V равновозможных.

На рис. 2, для « $V = 2$ », график одномерного пространства « $d = 1$ » хорошо знаком, именно он исследовался в первых работах КДП [1 – 4], пока экспериментальным путём не была открыта геометрическая вероятность [1, 2, 5, 6, 7] (двумерное d – пространство), график которой изображён для параметров: $V=2, d=2$. На рис. 2 два этих графика и все остальные графики построены по ф.2.3.

Таблица 2 демонстрирует равенство вероятностей (частот) по ф.2.3, для первых двух длин $L_1 = L_2$ в условиях равенства друг другу числа d – лучей и числа равновероятных возможных исходов V : $d = V$. На рис. 3 приведены графики по данным таблицы 2.

Таблица 2. Равенство вер-ей $p(L_1) = p(L_2)$ для $V_d S(L)$ при условии: $d = V$

L	$d = 2; V=2$	$d = 3; V=3$	$d = 4; V=4$	$d = 5; V=5$	$d = 6; V=6$
1	0,249946	0,295892	0,316139	0,32774	0,335064
2	0,249931	0,296852	0,316739	0,327293	0,334219
3	0,187307	0,197507	0,197848	0,196264	0,195434
4	0,125323	0,10991	0,09838	0,092027	0,087129
5	0,077814	0,054712	0,043241	0,036957	0,032737
6	0,046869	0,025669	0,017486	0,013214	0,010846
7	0,027565	0,01107	0,006631	0,004533	0,003294
8	0,015736	0,004969	0,002364	0,001347	0,000934
...
Σ	1	1	1	1	1

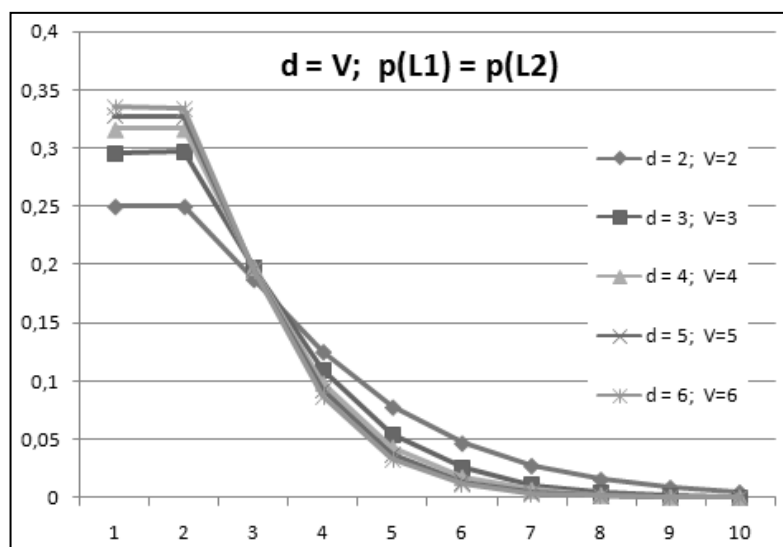


Рис. 3. Равенство вероятностей (частот) по ф.2.3, для длин $L_1 = L_2$

На рис. 3 каждый график строится при постоянных и равных друг другу значениях d и V : $d = V = \text{const}$; $S_{V;d} = f(L)$. При длинах СС равных один и два: $L=1$; $L=2$, численности СС равны друг другу: ${}^L_1S_d = {}^L_2S_d$.

Для примера проведём расчёты по ф.2.1 для $S_{Alg} = \sum {}^L_V S_d = 10^6$ исследуемых точек.

Рассчитаем по ф.2.1 число ${}^L_{V=2}S_{d=1}$ для бинарных событий - это серии выпадений пяти определённых одинаковых событий, пусть «0», шестая «1» не входит в длину серии «00000». По ф.2.3: ${}^L_{d=1}f_{V=2} = \frac{\prod_{i=0}^{(i=d-2)(L+i)} (V-1)^d}{V^{(L+d-1)} \cdot (d-1)!} = \frac{\prod_{i=0}^{(i=1-2)(L+1)} (V-1)^d}{2^{(L+1-1)} \cdot (1-1)!} \cdot 1 = \frac{1}{2^L}$, поясним работу оператора умножения «П», при верхней границе i меньшей нуля: $i = 1 - 2 = -1$. Так как нарастающий перебор индексов в операторе «П» не возможен (нижний индекс оператора «П» равен нулю: $i = 0$ и он больше верхнего индекса минус единицы $i = -1$), то цикл умножения «П» не производится. Оператор «П», по аналогии с оператором факториала («!»), приравнивается к единице: $\frac{\prod_{i=0}^{(i=1-2)(L+1)} (V-1)^d}{2^{(L+1-1)} \cdot (1-1)!} = \frac{1}{2^L \cdot (0)!} = \frac{1}{2^L}$. Подставив значение S_{Alg} в ф.2.1, получим: ${}^L_{V=2}S_{d=1} = \frac{10^6}{2^5} = 31250$, в эксперименте было получено 31232 (не вошло в таблицы этой статьи из – за малого размера статьи).

Рассчитаем по ф.2.1 число ${}^L_{V=2}S_{d=2}$. Сначала находим по ф.2.3: ${}^L_{d=2}f_{V=2} = \frac{\prod_{i=0}^{(i=d-2)(L+i)} (V-1)^d}{V^{(L+d-1)} \cdot (d-1)!} = \frac{\prod_{i=0}^{(i=2-2=0)(L+0)} (V-1)^d}{2^{(L+2-1)} \cdot (2-1)!} = \frac{L+0}{2^{L+1}} = \frac{5}{2^6}$. При $d = 2$ верхнее и нижнее значения перебора оператора «П» равны друг другу, и равны нулю: $i = d - 2 = 0$. Подставив значение S_{Alg} в ф.2.1 получим: ${}^L_{V=2}S_{d=2} = 10^6 \cdot \frac{5}{2^6} = 78125$, в эксперименте было получено: 77814.

Рассчитаем по ф.2.1 число ${}^L_{V=6}S_{d=5}$ для $V = 6$ (стороны кубика). По ф.2.3: ${}^L_{d=5}f_{V=6} = \frac{\prod_{i=0}^{(i=5-2=3)(L+i)} (V-1)^d}{V^{(L+d-1)} \cdot (d-1)!} = \frac{(6-1)^5 = \frac{(2+0) \cdot (2+1) \cdot (2+2) \cdot (2+3)}{2^6 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot 5}{6^{(L+5-1)} \cdot (5-1)!}$. Умножив ${}^L_{d=5}f_{V=6}$ на S_{Alg} получим: 334898, полученное число хорошо совпадает с 334244 - экспериментальным значением из таблицы 1.

Полная сумма всех вероятностей ${}^L_d p_V$ (частот ${}^L_d f_V$) по каждой длине L , ф.2.3, равна единице, ф.2.4:

$$\sum_{L=1}^{\infty} {}^L_d p_V = \sum_{L=1}^{\infty} {}^L_d f_V = \sum_{L=1}^{\infty} \frac{\prod_{i=0}^{(i=d-2)(L+i)} (V-1)^d}{V^{(L+d-1)} \cdot (d-1)!} \cdot (V-1)^d = 1 \quad \text{Ф.2.4}$$

Обнаружена особенность частичных вероятностных сумм для $V=2$

- сумма вероятностей первых СС достигает величины 0,5 в каждом d – лучевом пространстве, при равенстве L (длины верхнего предела суммы по длинам), числу d - лучей пространства: $L=1$; ...; d .

$$\sum_{L=1}^{L=d} {}^L_d p_{V=2} = 0.5 \quad \text{Ф. 2.5}$$

Формулу ф.2.5 демонстрирует таблица 3 с экспериментальными данными, в которой даны нарастающие суммы вероятностей выпадения в бинарных ($V=2$) составных событий (СС) в d - пространствах.

Таблица 3. Демонстрация ф.2.4 - нарастающая вер-ть ${}^L_d p$, для $V=2$

L	$d=1$	$d=2$	$d=3$	$d=4$	$d=5$	$d=6$	$d=7$	$d=8$
1	0,500332	0,249946	0,124858	0,062402	0,031509	0,015721	0,007754	0,003958
2	0,749526	0,499877	0,311836	0,187365	0,109908	0,062688	0,035422	0,019665
3	0,874421	0,687184	0,498982	0,343527	0,226928	0,144997	0,089835	0,054385
4	0,937378	0,812507	0,655519	0,499969	0,363401	0,254839	0,171758	0,112951
5	0,968861	0,890321	0,772517	0,636326	0,499856	0,377689	0,274612	0,193212
6	0,984328	0,93719	0,854798	0,745256	0,622167	0,500013	0,387538	0,29012
7	0,992119	0,964755	0,909654	0,827802	0,724319	0,612594	0,499906	0,395029
8	0,996091	0,980491	0,944973	0,886173	0,805106	0,70935	0,604391	0,499538
...
Σ	1	1	1	1	1	1	1	1

В каждом d – пространстве ($V = 2$) присутствует сумма: $\sum_{L=1}^{L=d} {}^L_d p = 0.5$;
 Число измерений для каждого d равно 10^6 ; При выбранном способе учёта эл в СС (скольжения без пропусков), номер медианных СС равен размерности пространства d . Graph2 \ Button327 (пояснение на псевдо С): `f = 0; for(int i=0; i<=100; i++) { print("mas_z[i] = "+(mas_z[i]/Sum)); f += mas_z[i]/(float)Sum; }`

Рассмотрим для примера в таблице 3 столбец $d = 3$: ${}^L_{d=3}p = 0,124858$; ${}^L_{d=3}p = 0,186978$; ${}^L_{d=3}p = 0,187146$; сумма вероятностей: ${}^L_{d=3}p + {}^L_{d=3}p + {}^L_{d=3}p = 0,124858 + 0,186978 + 0,187146 = 0,498982$ (см. таблицу 3).

Если каждый член ф.2.4 умножить на соответствующую ему длину L составного события: $L \cdot {}^L_{d,V}p = L \cdot {}^L_{d,V}f$, то итоговая сумма ряда будет прямо пропорциональна числу d - лучей и обратно пропорциональна числу V равновероятных исходов, по ф.2.6:

$$\sum_{d,V=const}^{\infty} L \cdot {}^L_{d,V}f = \sum_{d,V=const}^{\infty} L \cdot {}^L_{d,V}p = \frac{V-1+d}{V-1} = 1 + \frac{d}{V-1} \quad \text{Ф.2.6} \quad (\text{Btn342})$$

Как уже не раз подчёркивалось, редакция формул ф.2.1 - 2.6 не содержит в каждом частном решении все элы пос-ти N . Каждое распределение по ф.2.1 - 2.6 описывает распределение полярных эл (о полярных элах [1,2,5,6,7]).

Ю.Чайковский пишет[8, стр. 249]: «Если же случайность устроена сложнее, то процедура выявления условных или же переходных вероятностей может оказаться слишком долгой и дробной, и тут удобнее ввести понятие фрактала. Само фракталообразующее правило может быть простым или составным, детерминированным или нет». Интересно, что сумма по V , ф.2.4, содержит в себе такое «фракталообразующее правило», в ней сомножитель $(V-1)^d$ равен $(V-1)$ без степени, ф.3.1:

$$V-1 = \sum_{V=2}^V \sum_{L=1}^N {}^L_{d,V}p_V = \sum_{V=2}^V \sum_{L=1}^N f(d, L, V) \cdot (V-1)^d \quad \text{Ф.3.1}$$

Где: ${}^L_{d,V}p_V = f(d, L, V) \cdot (V-1)^d = \frac{\prod_{i=0}^{(i=d-2)}(L+i)}{V^{(L+d-1)} \cdot (d-1)!} \cdot (V-1)^d$, смотри ф.2.3.

Нижний предел V под знаком суммы равен двум, потому, что два – это минимально возможное число случайных исходов, из которых можно организовать пос-ть. Если взять только один исход, например «1», то получится однозначно предсказуемая последовательность единиц: «111...».

Так как сумма вероятностей, по ф.2.4, равна единице: $\sum_{L=1}^{\infty} {}^L_{d,V}p_V = 1$, то сумма единиц: $\sum_{V=2}^V 1 = V-1$, так как нижний предел суммирования начинается не с единицы, а с $V=2$, то есть сумма на единицу меньше, чем V . И часть ф.3.1: $(V-1)$, которая равна в результате суммирования самой себе, является фракталом.

В формулах, например, в ф.1.1 и ф.3.1, верхний предел длины n составного события, в суммах рядов, я формально устремляю к бесконечности: $n \rightarrow \infty$. Хотя очевидно, что для расчёта параметров случайной пос-ти из N членов, такое условие избыточно. Так как число элементарных событий (эл) в случайных пос-тях конечно: $N < \infty$, то в пос-тях не может быть составных событий бесконечной длины. Пока не выработан научный критерий определения величины верхнего предела суммы, до которого производится суммирование, будем формально ограничивать величину верхнего предела числом элементарных членов N исследуемой пос-ти, ф.3.1. Хотя для получения результатов на компьютере верхняя величина параметра суммирования редко превышает сто, и практически всегда требуемая точность достигается при величине верхнего предела равного двадцати.

Обсуждение

С точки зрения КДП наш мир - семи лучевое пространство ($6d + d$), в котором на пространственные измерения приходится шесть d - лучей, а на временное измерение один d – луч (на временное измерение отведён один $1d$ – луч из-за того, что время для нас однонаправлено, и нет свидетельств жизни и физических процессов с использованием обратного хода времени). Поэтому формулы ф.2.1, ф.2.3, описывающие случайные потоки в многомерных пространствах, не являются оторванными от реальности в стиле КДП (Комбинаторика длинных последовательностей делит окружающее нас пространство на шесть d - лучей). Эти формулы КДП несут и второй смысл – они описывают распределение СС (серий случайных событий) и их частот, когда при наборе случайных событий допустимы d – промахов (смотри описание компьютерной модели для рис.1).

Приведём пример, пусть выпал «0» (точка А равна «0») и мы начали предсказывать выпадение «0», и учитывать число их выпадений, но мы считаем и число выпадающих «1» - которые и являются для нас промахами. Предсказания прекратятся после выпадении -ой единицы (промаха).

Рассмотренные выше формулы многомерных d – лучевых пространств позволяют выдвинуть научную инициативу – проверять статистику ядерных реакций на соответствие распределений их по формулам ф.2.1 и ф.2.3. В случае обнаружения физического распределения подчиняющегося ф.2.1, ф.2.3 и не соответствующего распределению $6d + d$, то можно выдвигать гипотезу, что исследуемый процесс происходит в многомерном пространстве обладающим иной размерностью, чем $6d + d$, размерность может быть как меньше, так и больше.

В начале раздела «введение» было дано определение вероятности Ю. Чайковского, дадим КДП определение вероятности не через элементарные случайные события, а через их логические объединения – составные события. **Вероятность выпадения составного события** (монотонной серии): - это произведение сомножителей: $d; V; L$ формулы ф.2.3, которое справедливо для любого достаточно длинного участка случайной пос-ти и для всей пос-ти в целом с точностью до случайной флуктуации, для каждого из множеств составных событий образованных своим равновероятными исходами.

КДП определение случайной пос-ти $F(V, d)$ из V - равновероятных исходов в d – лучевых пространствах: $F(V, d)$ - пос-ть является случайной, если для всей пос-ти $F(V, d)$, и для любого достаточно длинного её фрагмента $\Delta F(V, d)$ частоты распределения составных событий ${}^L f_V$ равны вероятностям выпадения составных событий ${}^L p(d, V)$, и вероятности, и частоты рассчитываются с точностью до случайной флуктуации по формуле ф.2.3.

Комбинаторика длинных последовательностей изучает новые законы вероятности, и на данный момент, накапливает новые знания и открытия. Комбинаторика длинных последовательностей не является полностью математической наукой, так как основным инструментарием КДП являются компьютерные эксперименты, а не логические выкладки. Экспериментально полученные результаты поражают тем, что мы не видим ожидаемых по ТВ результатов. Так вместо примерно одинаковых чисел угадываний шаблонов равной длины, например, «000» и «001» мы экспериментальным путём обнаруживаем, что при их поиске по правилам игры Пенни, в СБП, их численности не равны, а существенно разные [11]. В таблице 4 показано, что в экспериментах найдено «000» - 1428865 пос-ти, и найдено «001» - 2501064 пос-ти, физическая реальность сильно отличается от утверждений ТВ [10, 11].

Таблица 4. Раздельный поиск комбинаций по правилам игры Пенни

«100»; «011»; «001»; «110»	«111»; «000»	«101»; «010»
1 инверсия	0 инверсий	2 инверсии
2501065; 2499486;	1426539; 1428865;	2000318; 2001218;
Среднее число событий п-ти приходящееся на выпадение одного поискового шаблона		
$\bar{n} = N / S(\langle\langle 100 \rangle\rangle) = 8$	$\bar{n} = N / S(\langle\langle 000 \rangle\rangle) = 14$	$\bar{n} = N / S(\langle\langle 010 \rangle\rangle) = 10$
$N = 2 \cdot 10^7$ – число эл пос-ти (бросков монеты)		

В таблице 4 приведены результаты поиска выпавших пос-ей из трёх бит. Из таблицы 4 очевидно, что при отдельном поиске каждой трёхбитовой пос-ти в СБП, по правилам игры Пенни, численность найденных трёхбитовых пос-тей зависит от числа инверсий в них [10, 11].

То, что описывает официальная версия ТВ, является очень частным, случаем из полного объёма явлений вероятности [12], и во многих реальных применениях официальная версия ТВ выдаёт абсолютно неверные расчёты (смотри численности найденных шаблонов в таблице 4 – они зависят от числа инверсий в них и не равновероятны). Эксперименты однозначно говорят, что мера Колмогорова так же в целом ошибочна, и она работает только в случае равновероятных событий, а во всех других случаях она не работает [10, 13]. Поэтому, в ТВ необходимо включить новые разделы, например, по эффекту экранирования шаблонов, таблица 4, по геометрической бинарной вероятности (в которой мера Колмогорова, в общем, не работает), а также по многие другие разделы из КДП.

Начав с исследования простых бинарных потоков, ф.1.1, комбинаторика длинных последовательностей в настоящий момент делится на следующие **разделы**:

- Структура случайной бинарной последовательности, цуги и пропорции, основные свойства СБП в одномерном пространстве.
- Геометрическая вероятность для случайной бинарной последовательности, структура геометрической случайной бинарной последовательности, цуги. Случайная бинарная последовательность в двумерном пространстве и её войства.
- Случайные последовательности с произвольным числом равновероятных исходов в одномерном пространстве.
- Случайные последовательности с произвольным числом равновероятных исходов в двумерном пространстве.
- Случайные пос-ти с произвольным числом равновероятных исходов в многомерном пространстве.
- Случайные не равновероятные пос-ти (мера Колмогорова не работает).
- Теория сверхсжатия информации:
 - на найденных участках в случайной бинарной последовательности;
 - на основе генетического сжатия.

Исследования по выше перечисленным КДП направлениям позволили предложить ряд инновационных продуктов и практик – **применения**:

- КДП генератор псевдослучайных последовательностей (возможное применение: системы свой – чужой; криптография; задание фазы и частоты при генерации «невидимого» излучения локатора; задатчик случайных радиочастот);

- КДП шифрование на непередаваемой в эфир псевдослучайной пос-ти (само сообщение никогда не передаётся в эфир, в эфир передаётся только ключ - локация сообщения в СБП, поэтому сообщение не будет взломано никогда, так как нельзя взломать то, что не передаётся); для создания зашифрованной пос-ти необходим суперкомпьютер, расшифровка по ключу производится на обычных вычислительных мощностях.

- Усиление криптографической стойкости квантовозапутанных данных за счёт организации передаваемых данных, по подобию хранения информации, в ДНК структурах.
 - Классификация геномов по Шкале хаоса (применение в генетике).
 - Создание КДП - идентификатора личности, путём сжатия ДНК по правилам КДП (можно сравнить с мощным CRC для ДНК), который, при ДНК анализе биологического образца, подтверждает (или нет) личность человека, но из которого нельзя восстановить биологические особенности индивидуума.
 - Усиление защитных свойств CRC за счёт его построения по принципу геномной информации.
- В рамках перечисленных КДП разделов мной так же велась работа над следующими задачами и технологиями:
- Исследование локального нарушения независимости равновероятных случайных бинарных событий в последовательностях.
 - Исследование особенности меры Колмогорова в случайных бинарных последовательностях с не равновероятными событиями (так как существует геометрическая бинарная вероятность, то мера Колмогорова оказалась верна только для случая равновероятных событий).
 - Сжатие бинарной информации по принципу ДНК структур.
 - Проявление запутанности в случайных бинарных последовательностях (нарушение непредсказуемости случайных событий).
 - Экранирующие эффекты в Пенни – алгоритмах (организация не равновероятных проявлений в случайных бинарных потоках).
 - исследования родственных ДНК, с позиций Комбинаторики длинных последовательностей.

Выводы

- Распределение серий монотонных равновероятных случайных событий (составных событий) по длинам, когда набор серий производится с числом промахов равным d (где d промах завершающий), соответствует распределению многомерного составного события в d - лучевом пространстве, ф.2.1, ф.2.3.
- Для бинарных событий ($V = 2$) сумма вероятностей первых SS достигает величины $0,5$ в каждом d – лучевом пространстве, при равенстве L (длина верхнего предела суммы по длинам) числу d - лучей пространства, ф.2.5.
- Сумма ряда для одного из возможных равновероятных исходов V , в котором члены ряда являются произведениями: $L \cdot d \cdot V^p$ (длины составных событий умноженные на вероятность или частоту), прямо пропорциональна числу d - лучей пространства, и обратно пропорциональна числу равновероятных исходов, ф.2.6.
- В случае преодоления КДП изоляционного барьера организованного математическим сообществом, объём знаний в ТВ о вероятности значительно увеличится.

Список литературы / References

1. Филатов О.В., Филатов И.О., Макеева Л.Л. и др. «Потоковая теория: из сайта в книгу». Москва: «Век информации», 2014. С. 200.
2. Филатов О.В., Филатов И.О. «Закономерность в выпадении монет – закон потоковой последовательности». Германия, Издательский Дом: LAPLAMBERT Academic Publishing, 2015, с. 268.
3. Филатов О.В., Филатов И.О. «О закономерностях структуры бинарной последовательности». «Журнал научных публикаций аспирантов и докторантов», 2014. №5 (95). С. 226–233.
4. Филатов О.В. «Теорема «Об амплитудно-частотной характеристике идеальной бинарной случайной последовательности». «Проблемы современной науки и образования», 2015. № 1 (31). С. 5–11, DOI: 10.20861/2304-2338-2014-31-001.
5. Филатов О.В. «Описание схем управления вероятностью выпадения независимых составных событий», «Проблемы современной науки и образования», 2016. № 2 (44). С. 52–60. DOI: 10.20861/2304-2338-2016-44-001.
6. Филатов О.В. «Применение геометрической вероятности для изменения вероятности нахождения серий случайных выпадений монеты». «Проблемы современной науки и образования», 2016. № 22 (64). С. 5-14.. DOI: 10.20861/2304-2338-2016-64-001.
7. Филатов О.В. «Частотные и вероятностные свойства случайных бинарных последовательностей. Бинарная геометрическая вероятность». «Проблемы современной науки и образования». № 1(134), 2019. С. 6-19. DOI: 10.20861/2304-2338-2019-134-004.
8. Чайковский Ю.В. «О природе случайности», 2-е изд., испр. и доп, вып. 27. «Ценологические исследования». М.: Центр системных исследований – Институт истории естествознания и техники РАН, 2004. 280 с.
9. Филатов О.В. «Составные события - последовательности случайных бинарных событий в i -мерных пространствах, их модели и маркеры». «Проблемы современной науки и образования». № 4 (162), 2021. С. 20-26.
10. Филатов О.В. «Частоты Мизеса и геометрическая вероятность в V -вершинных последовательностях. Наличие структуры у бинарной последовательности и демонстрация ограничений базового постулата

ТВ». «Проблемы современной науки и образования». № 1 (158), 2021. С. 9-17. DOI: 10.24411/2304-2338-2021-10104.

11. *Филатов О.В.* «Управляемая вероятность выпадения серий Пенни против классической вероятности выпадения серий равной длины. Не типичное преобразование Мизеса». «Проблемы современной науки и образования». № 29 (71), 2016. С. 6-18. DOI: 10.20861/2304-2338-2016-71-006.
12. *Филатов О.В.* «Описание структур любых последовательностей образованных равновероятными случайными событиями», «Проблемы современной науки и образования». №5 (138), 2019. С. 9-15. DOI: 10.24411/2404-2338-2019-10501.
13. *Филатов О.В.* «Неприменимость закона геометрической вероятности к случайным бинарным последовательностям». «Проблемы современной науки и образования». № 7 (140), 2019. С. 5-14. eLIBRARY ID: 39194269.