

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВВП В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ИНВЕСТИЦИЙ В ОСНОВНОЙ КАПИТАЛ НА ПРИМЕРЕ КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ

Давлятова Б. Email: Davlyatova690@scientifictext.ru

Давлятова Бузира - доцент,
кафедра информационных систем в экономике,
Кыргызский государственный технический университет им. И. Раззакова,
г. Бишкек, Кыргызская Республика

Аннотация: в данной статье рассматривается связь между ВВП и инвестициями в основной капитал с использованием данных Кыргызской Республики за 2000 - 2018 гг. Особое внимание уделяется качеству полученных моделей: проверка проводится по всем критериям. Вызывает интерес тот факт, что в данном случае отсутствует лаговое влияние инвестиций на ВВП. Это можно объяснить тем, что в данном случае инвестиции осваиваются в том же году, когда вложены. При исследовании качества модели выявленная автокорреляция остатков модели устраняется авторегрессионным преобразованием 1 порядка и с применением метода Кохрана-Оркатта.

Ключевые слова: ВВП, инвестиции, регрессионные модели, лаговые переменные, метод наименьших квадратов, авторегрессионная схема, метод Кохрана-Оркатта, автокорреляция остатков, коэффициент корреляции, коэффициент детерминации, коэффициент регрессии.

MODELING GDP AS A FUNCTION OF INVESTMENT IN FIXED ASSETS AS EXEMPLIFIED BY THE KYRGYZ REPUBLIC

Davlyatova B.

Davlyatova Buzira - Associate Professor,
DEPARTMENT OF INFORMATION SYSTEMS IN ECONOMICS,
KYRGYZ STATE TECHNICAL UNIVERSITY NAMED AFTER I. RAZZAKOV,
BISHKEK, REPUBLIC OF KYRGYZSTAN

Abstract: this article discusses the relationship between GDP and fixed investment using data from the Kyrgyz Republic for 2000-2018. Particular attention is paid to the quality of the obtained models: verification is carried out according to all criteria. Of interest is the fact that in this case there is no lagging effect of investments on GDP. This can be explained by the fact that, in this case, investments are developed in the same year when they are invested. In the study of the quality of the model, the revealed autocorrelation of the residuals of the model is eliminated by the first-order autoregressive transformation and using the Cochran-Orkatt method.

Keywords: GDP, investments, regression models, lag variables, least squares method, autoregressive scheme, Cochran-Orkatt method, residual autocorrelation, correlation coefficient, determination coefficient, regression coefficient.

УДК 519.866.2

Целью данной статьи является изучение и построение модели связи между ВВП и инвестициями в основной капитал с использованием данных Кыргызской Республики за 2000-2018 гг. Ниже приведем эти данные.

Таблица 1. Статистические данные переменных

Год	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
ВВП, млн сом	65357,9	73883,3	75240,4	83871,6	94350,6	100899,0	1138000,0
Инвестиции в основной капитал, млн сом	10855,0	9842,2	9377,9	8950,5	10218,6	11594,6	18771,3
Год	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
ВВП, млн сом	141898,0	187992,0	201223,0	220369,0	285989,0	304350,0	350028,0
Инвестиции в основной капитал, млн сом	24087,5	32535,0	42496,9	44333,3	49369,2	73222,1	82874,5
Год	2014	2015	2016	2017	2018		
ВВП, млн сом	400694,0	423635,0	458027,0	520969,0	557113,0		
Инвестиции в основной капитал, млн сом	107885,0	127322,0	135470,0	144706,0	150826,0		

Точечный график данных выглядит следующим образом:

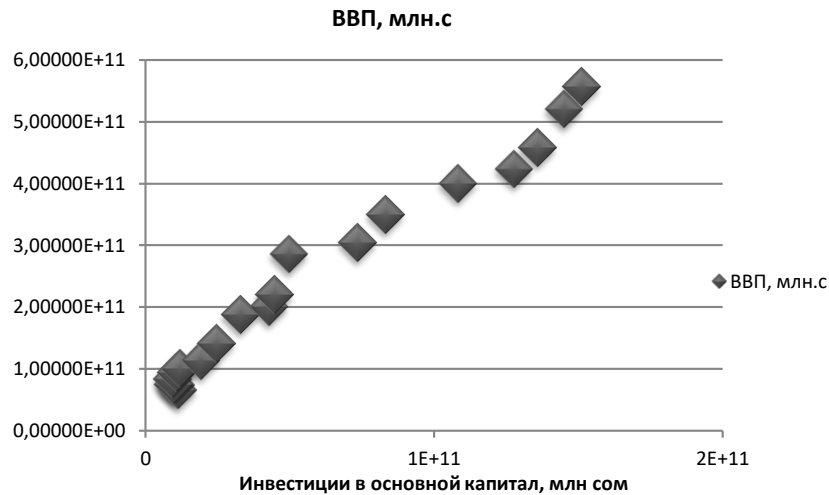


Рис. 1. График ВВП от инвестиций в основной капитал

Приведенный график показывает очевидную закономерность – ВВП возрастает с увеличением инвестиций в основной капитал. Также по расположению точек можно сделать предварительный вывод о существовании линейной связи между ВВП и инвестициями в основной капитал. Для большей уверенности, можно найти парный коэффициент корреляции между этими величинами, оказалось $r_{xy} = 0,9886$, т.е. линейная связь достаточно сильная.

Полагая, что, в общем случае, что эффект вложенных инвестиций возникает с запаздыванием, сначала построим линейную регрессионную модель с одним лагом:

$$y_t = a + b_0x_t + b_1x_{t-1} + e_t, \quad (1)$$

которая является оценкой теоретической модели:

$$y_t = \alpha + \beta_0x_t + \beta_1x_{t-1} + \varepsilon_t. \quad (2)$$

Методом наименьших квадратов получена следующая модель:

$$y_t = 6.81725 \cdot 10^{10} + 3,0291x_t + 0,0891x_{t-1} + e_t. \quad (3)$$

В этой модели, коэффициент регрессии β_1 оказался статистически незначимым, так как при уровне значимости $\alpha=0,05$, числе степеней свободы $n-m-1=15$, из таблицы Стьюдента имеем: $t_{0,025;15}=2,131$, а проверочная статистика $t(\beta_1) = 0,0924$.

Теперь построим модель с двумя лагами:

$$y_t = a + b_0x_t + b_1x_{t-1} + b_2x_{t-2} + e_t. \quad (4)$$

Получена следующая модель:

$$y_t = 7,27896 \cdot 10^{10} + 3,02740 \cdot x_t - 0,69756 \cdot x_{t-1} + 0,85379 \cdot x_{t-2} + e_t \quad (5)$$

И в этом случае коэффициенты регрессии β_1 , β_2 оказались статистически незначимыми: $t_{0,025;15}=2,145$, проверочные статистики $t(\beta_1) = 0,04362$ по модулю и $t(\beta_2) = 0,7706$.

Из выше полученных результатов можно сделать вывод о том, что отсутствует лаговое влияние от инвестиций в основной капитал на ВВП. Возможно, эти средства в основном инвестируются в быстро осваиваемые производства, например, в сельское хозяйство, которое получает урожай в том же году, когда были вложены эти инвестиции.

Выше было показано наличие сильной линейной связи между ВВП и инвестициями в основной капитал, поэтому можно построить линейную модель вида

$$y_t = a + bx_t + e_t. \quad (6)$$

Модель имеет вид

$$y_t = 6,39862 \cdot 10^{10} + 3,1459x_t + e_t, \quad (7)$$

где y_t - ВВП, x_t - инвестиции в основной капитал.

При исследовании качества модели (7) получены следующие выводы:

1. Свободный член и коэффициент регрессии статистически значимы, так как $t_{0,025;17} = 2,110$, проверочные статистики $t(\alpha) = 7,191$, $t(\beta) = 27,017$.

2. Общее качество модели также хорошее, так как $F_{0,05;1;17} = 4,45$, проверочная статистика $F_{0,05;1;17} = 730$. К тому же выборочный коэффициент детерминации высок $R^2 = 0,98$, и статистически значим теоретический коэффициент детерминации.

3. Проверка с помощью теста Дарбина – Уотсона показала, что имеет место автокорреляция остатков модели. Из таблицы Дарбина – Уотсона для данной модели имеем: $d_l = 1,18$, $d_u = 1,401$, отсюда $4 - d_l = 2,82$ $4 - d_u = 2,599$. Проверочная статистика Дарбина – Уотсона $DW = 1,044$, находится в интервале (0; 1,18). Следовательно, существует положительная автокорреляция.

Известно, что при наличии автокорреляции остатков модели, оценки параметров модели становятся неэффективными, дисперсии ошибок смещенными, выводы по проверке статистической значимости коэффициентов регрессии и общего качества модели могут стать неверными.

Для устранения автокорреляции остатков применим авторегрессионную схему 1 порядка AR(1).

Напишем уравнение (6) для момента времени (года) $t-1$:

$$y_{t-1} = a + bx_{t-1} + e_{t-1}. \quad (8)$$

Так как имеет место автокорреляция остатков, то и случайные отклонения подвержены авторегрессии 1 порядка:

$$\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + v_t, \quad (9)$$

где v_t , $t = 2, 3, \dots, 19$ – случайные отклонения, удовлетворяющие предпосылкам МНК, начальное значение коэффициента ρ известно после построения модели (9). Модель (9) также построим по методу наименьших квадратов.

Используя уравнения (6) и (8), составим следующее уравнение:

$$y_t - \rho \cdot y_{t-1} = a \cdot (1 - \rho) + b(x_t - x_{t-1}) + (\varepsilon_t - \rho \cdot \varepsilon_{t-1}). \quad (10)$$

Введя новые переменные $y_t^* = y_t - \rho \cdot y_{t-1}$, $x_t^* = x_t - \rho \cdot x_{t-1}$, $a^* = a \cdot (1 - \rho)$, и учитывая (9), получим:

$$y_t^* = a^* + b \cdot x_t^* + v_t. \quad (11)$$

После построения модели (11), значение свободного члена модели (6) a определяется из условия $a^* = a \cdot (1 - \rho)$: $a = \frac{a^*}{1 - \rho}$.

По методу Кохрана – Оркатта, остатки модели снова определяются с новым свободным членом a модели (6), и определяется новое значение ρ из модели (9). Этот процесс повторяется до тех пор, пока разность между предыдущим и последующим значениями ρ не станет достаточно близкими (до требуемой точности).

В данном примере требуемая сходимость получена достаточно быстро: значения ρ во второй и третьей итерациях совпадают, и окончательное значение $\rho = 0,4215$.

Таким образом, модель зависимости ВВП от инвестиций в основной капитал, полученная после устранения автокорреляции остатков, имеет вид:

$$y_t = 7,34449 \cdot 10^{10} + 3,1459x_t + e_t. \quad (12)$$

Для модели (12) отсутствует автокорреляция остатков: $DW = 1,438$, это значение находится в пределах интервала принятия гипотезы об отсутствии автокорреляции остатков: $(d_u; 4 - d_u) = (1,401; 2,599)$.

Следует отметить, что по другим параметрам качества моделей (6) и (12) совпадают.

Теперь можно определить прогнозные качества модели. Критерий прогнозных качеств модели $V = \frac{S}{y} = 0,01 = 10\%$ показывает, что прогнозные качества модели (12) не плохие.

Выводы:

1. Доказано, что между ВВП и инвестициями в основной капитал существует линейная связь; инвестиции в основной капитал осваиваются в том же году, когда они вложены.

2. При устранении автокорреляции остатков модели показана эффективность использования авторегрессионной схемы 1 порядка.

3. Регрессионную модель (12) можно использовать для анализа и получения краткосрочных прогнозных значений ВВП по известным значениям инвестиций в основной капитал.

Список литературы / References

1. *Бородич С.А.* Эконометрика. Мн.: Новое знание, 2001. 408 с.
2. *Давлятова Б.Д.* Введение в эконометрику. Бишкек.: ИЦ «Текник, 2012. 122с.
3. *Maddala G.S.* Introduction to Econometrics. USA, 2012. 231с.
4. *Доугерти К.* Введение в эконометрику. Москва.: Инфра – М,1997. 401 с.
5. *Базилевский М.П.* Исследование новых критериев для обнаружения автокорреляции остатков первого порядка в регрессионных моделях // «Математика и математическое моделирование», 2018. № 03. С. 13-15.
6. Кыргызстан в цифрах. Бишкек, 2005. С. 321. [Электронный ресурс]. Режим доступа: [nsc_mail@stat.kg/](mailto:nsc_mail@stat.kg) (дата обращения: 11.06.2020).
7. Кыргызстан в цифрах. Бишкек, 2010. С. 334. [Электронный ресурс]. Режим доступа: nsc_mail@stat.kg/ (дата обращения: 11.06.2020).
8. Кыргызстан в цифрах. Бишкек, 2015. С. 341. [Электронный ресурс]. Режим доступа: nsc_mail@stat.kg/ (дата обращения: 11.06.2020).
9. Кыргызстан в цифрах. Бишкек. 2018. С. 343. [Электронный ресурс]. Режим доступа: nsc_mail@stat.kg/ (дата обращения: 11.06.2020).
10. Кыргызстан в цифрах. Бишкек, 2019. С. 361. [Электронный ресурс]. Режим доступа: nsc_mail@stat.kg/ (дата обращения: 11.06.2020).