МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ПРИ ВЫБОРЕ АЛЬТЕРНАТИВ

Алламуратов Ш.З.[1], Кувандикова Д.К.[2], Даниярова Р.С.[3]
Email: Allamuratov690@scientifictext.ru

[1]Алламуратов Шарапатдин Зиуатдинович - кандидат физико-математических наук, доцент,
кафедра информационных образовательных технологий;
[2]Кувандикова Дамегул Казакбаевна – преподаватель,
кафедра естественных и общих профессиональных предметов,
Нукусский филиал
Ташкентский университет информационных технологий им. Мухаммада ал-Хорезми;
[3]Даниярова Рахат Сейтмуратовна - учитель математики,
средняя школа № 12,
г. Нукус, Республика Узбекистан

Аннотация: *в данной статье были рассмотрены задачи, связанные с принятием решения при выборе альтернатив, где были применены математические методы из теории матриц на нахождение собственного значению и собственного вектора. После чего решается линейное алгебраическое уравнение с применением метода Гаусса. Нормируем полученное решение. Где полученные решения в виде главного собственного вектора ранжируют альтернативы и назначают им веса. Таким образом, какая альтернатива получит наибольший вес, он и будет первым избранным кандидатом. Для оценки суждений эксперта используется индекс однородности (ИО) или отношение однородности (ОО). Если ОО≤0,10, то логика суждений верна, в обратном случае экспертом допущена ошибка в логике суждений при заполнении матрицы.*

Ключевые слова: *собственный вектор, собственное значение, метод Гаусса.*

MATHEMATICAL METHODS DECISION-MAKING WHEN CHOICE OF ALTERNATIVES

Allamuratov Sh.Z.[1], Kuvandikova D.K.[2], Daniyarova R.S.[3]

[1]Allamuratov Sharapatdin Ziuatdinovich - PhD Physics and Mathematics, Docent,
DEPARTMENT OF INFORMATION EDUCATIONAL TECHNOLOGIES;
[2]Kuvandikova Damegul Kazakbaevna – Lecturer,
DEPARTMENT OF NATURAL AND GENERAL PROFESSIONAL SUBJECTS,
NUKUS BRANCH
TASHKENT UNIVERSITY OF INFORMATION TECHNOLOGY NAMED AFTER MUHAMMAD AL-KHWARIZMI;
[3]Daniyarova Rakhat Seitmuratovna – Mathematic Teacher,
SECONDARY SCHOOL № 12,
NUKUS, REPUBLIC OF UZBEKISTAN

Abstract: *this article examined the tasks associated with decision making when choosing alternatives. Where were applied mathematical methods from the theory of matrices to find the eigenvalue and eigenvector. After that, a linear algebraic equation is solved using the Gauss method. We normalize the resulting solution. Where the obtained solutions in the form of the main eigenvector rank the alternatives, and assign weights to them. Thus, which alternative will receive the greatest weight he will be the first elected candidate. To evaluate expert judgments, the homogeneity index (HI) or homogeneity ratio (HR) is used. If HR ≤0.10 then the logic of judgments is correct, otherwise the expert made an error in the logic of judgments when filling out the matrix.*

Keywords: *eigenvector, eigenvalue, Gauss method.*

УДК 51-7

Пусть требуется взять на работу кандидата, и для них заполнена таблица 1 - анкета сравнения по критерию «образование». Имеется 3 кандидатуры A_1, A_2, A_3. После заполнения экспертами анкет по ним составляются матрицы парных сравнений [1].

Таблица 1. Анкета сравнения по критерию «образование»

Альтернативы	Абсолютное	Очень сильное	Сильное	Слабое	Равенство	Слабое	Сильное	Очень сильное	Абсолютное	Альтернативы

A1	-	X	-	-	-	-	-	-	-	A2
A1	-	-	-	X	-	-	-	-	-	A3
A2	-	-	-	-	-	-	X	-	-	A3

Матрица парных сравнений для анкеты в табл. 1 имеет следующий вид

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 5 \\ \frac{1}{7} & 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{5} & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{где} \quad A = |a_{ij}| \quad i = \overline{1,3}; \quad j = \overline{1,3}$$

Вычислим для данной матрицы главный собственный вектор [2]. Для этого сначала вычислим собственноезначение данной матрицы. $\det(A - \lambda E) = 0$

$$\begin{pmatrix} 1-\lambda & 7 & 5 \\ \frac{1}{7} & 1-\lambda & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{5} & 2 & 1-\lambda \end{pmatrix} = 0$$

после несложных преобразований имеем алгебраическое уравнение 3-го порядка.

$$\lambda^3 - 3\lambda^2 - \frac{9}{70} = 0$$

Решая его, имеем

$$\lambda_1 = 3{,}014; \quad \lambda_2 = -7{,}076 \times 10^{-3} + 0{,}206i; \quad \lambda_3 = -7{,}076 \times 10^{-3} - 0{,}206i.$$

Получили максимальное собственное значение $\lambda_{\max} = 3{,}014$. Остальные два корня комплексные. Теперь для вычисления главного собственного вектора надо решить систему линейных алгебраических уравнений.

$$\sum_{j=1}^{3} a_{ij} x_j = \lambda x_i, \quad (i = 1,2,3)$$

или

$$\begin{cases} (1-\lambda)x_1 + 7x_2 + 5x_3 = 0 \\ \frac{1}{7}x_1 + (1-\lambda)x_2 + \frac{1}{2}x_3 = 0 \\ \frac{1}{5}x_1 + 2x_2 + (1-\lambda)x_3 = 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} -2{,}014x_1 + 7x_2 + 5x_3 = 0 \\ \frac{1}{7}x_1 - 2{,}014x_2 + \frac{1}{2}x_3 = 0 \\ \frac{1}{5}x_1 + 2x_2 - 2{,}014x_3 = 0 \end{cases}$$

Решая по методу Гаусса имеем

$$x = \begin{pmatrix} 0{,}968 \\ 0{,}123 \\ 0{,}218 \end{pmatrix}$$

Нормируем решение, для этого находим сумму вектора x и делим на каждый элемент. Тогда главный собственный вектор имеет вид

$$\bar{x} = \begin{pmatrix} 0{,}74 \\ 0{,}094 \\ 0{,}166 \end{pmatrix}$$

Полученный главный собственный вектор ранжирует альтернативы и назначает им веса. Таким образом, первая альтернатива имеет наибольший шанс иметь работу [1-6]. Третья альтернатива вторым, а вторая имеет очень низкий шанс получить работу.

Для оценки однородности суждений эксперта можно использовать отклонение величины максимального собственного значения $\lambda_{\max}$ от порядка матрицы n. Согласованность суждения оценивается индексом однородности [3] (ИО) или отношением однородности (ОО) в соответствии со следующими формулами:

$$ИО = \frac{\lambda_{\max} - n}{n-1}, \qquad ОО = \frac{ИО}{M(ио)}.$$

где М(ио)-среднее значение индекса однородности случайным образом составленной матрицы парных сравнений приведено в табл.2, которое основано на экспериментальных данных.

Таблица 2. Среднее значение индекса однородности

N	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
М(ио)	0	0	0,58	0,90	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49	1,51

В качестве допустимого используется значение $ОО \le 0{,}10$. Если для матрицы парных сравнений $ОО \ge 0{,}10$ то это свидетельствует о существенном нарушении логики суждений, допущенном экспертом при заполнении матрицы.

В нашем примере $\lambda_{\max} = 3{,}014;\ n = 3$ тогда

$$ИО = \frac{3{,}014 - 3}{2} = \frac{0{,}014}{2} = 0{,}007 \qquad ОО = \frac{0{,}007}{0{,}58} = 0{,}012.$$

Отношение однородности $ОО \le 0{,}10$. Это удовлетворяет согласованность суждения эксперта.

Список литературы / References

1. *Баранова Е.К., Бабаш А.В.* Информационная безопасность и защита информации. М.: РИОР ИНФРА-М, 2019. 335 с.
2. *Данко П.Е., Попов А.Г.* Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 1. М.: Высшая школа, 1974. 415 с.
3. *Грешилов А.А.* Математические методы принятия решений. М.: МГТУ им. Баумана, 2006. 583 с.
4. *Бодров В.И., Лазарева Т.Я., Мартемьянов Ю.Ф.* Математические методы принятия решений. Тамбов, изд-во ТГТУ, 2004. 124 с.