

НЕКОММУТАТИВНАЯ ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ В ТЕХНИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

Тарасова С.С.¹, Тарасов В.Е.² Email: Tarasova638@scientifictext.ru

¹Тарасова Светлана Семеновна - кандидат технических наук, доцент,
кафедра теории вероятностей и компьютерного моделирования,
Московский авиационный институт

Национальный исследовательский университет;

²Тарасов Василий Евгеньевич – доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник,
Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д.В. Скобельцына
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
г. Москва

Аннотация: в статье кратко описывается обобщение классической теории вероятностей на случай, когда умножение случайных величин не является коммутативным, то есть XY не всегда равно YX . Показывается важность некоммутативной теории вероятностей для студентов технических специальностей, и прежде всего, для студентов факультетов прикладной математики и информационных технологий, если они планируют участвовать в разработке и проектировании новой современной техники. Обсуждается возможность построения курса некоммутативной теории вероятностей для технических университетов.

Ключевые слова: теория вероятностей, некоммутативная вероятность, квантовая вероятность, технический университет, информационные технологии.

NONCOMMUTATIVE PROBABILITY THEORY IN TECHNICAL UNIVERSITY

Tarasova S.S.¹, Tarasov V.E.²

¹Tarasova Svetlana Semenovna - PhD in Technical Sciences, Associate Professor,
DEPARTMENT OF THEORY OF PROBABILITY AND COMPUTER MODELING,
MOSCOW AVIATION INSTITUTE

NATIONAL RESEARCH UNIVERSITY;

²Tarasov Vasily Evgen'evich – Leading Researcher, Doctor of Physical and Mathematical Sciences,
SKOBELOTSYN INSTITUTE OF NUCLEAR PHYSICS
LOMONOSOV MOSCOW STATE UNIVERSITY,
MOSCOW

Abstract: in this paper we briefly describe a generalization of the classical probability theory to the case of non-commutativity of random variables. The importance of noncommutative probability theory for students of technical specialties is shown. The possibility of constructing a course of noncommutative probability theory for technical universities is discussed. In the paper, a generalization of the classical probability theory to the case when the multiplication of random variables is not commutative (XY is not always equal to YX) is described. We show the importance of this theory for students of technical specialties, and first of all for students of the faculties of applied mathematics and information technologies, if they plan to participate in the development and design of new modern technics. The possibility of constructing a course of noncommutative probability theory for technical universities is discussed.

Keywords: probability theory, noncommutative probability, quantum probability, technical university, information technology.

УДК 519.2

Некоммутативная теория вероятностей является одной из важнейших ветвей современной математики. Эта теория является некоммутативным обобщением классической теории вероятностей, базирующейся на аксиоматике А.Н. Колмогорова. Некоммутативную теорию вероятностей можно рассматривать как одно из достижений того направления развития современной математики, которое называют «некоммутативным» или «квантовым». Другими достижениями этого направления являются некоммутативная алгебра, некоммутативная геометрия, некоммутативная топология, некоммутативный функциональный анализ. Основной мотивацией развития «некоммутативной» математики являлось существование различных естественных пространств, для которых классические теоретико-множественные инструменты анализа, такие как теория меры, топология, исчисление и метрические структуры, теряют свою уместность, но которые очень естественно соответствуют некоммутативной алгебре. Такие пространства возникают как в математике, так и в физике. Примером таких пространств в физике является фазовое пространство в квантовой механике.

В упрощенном виде, построение некоммутативных (квантовых) математических теорий из классических можно описать следующим образом. Берется базовые понятия рассматриваемой теории, и в определении этих понятий делается замена «коммутативных» объектов, таких как функций, на «некоммутативные» объекты, такие как матрицы или операторы.

Некоммутативная теория вероятностей является ветвью некоммутативной математики, связанной с вероятностным подходом к некоммутативным алгебрам. В качестве некоммутативной алгебры используется ассоциативная алгебра, в которой умножение не является коммутативным, то есть $X \cdot Y$ не всегда равно $Y \cdot X$. В более общем смысле, рассматривается алгебраическая структура, в которой одна из операций не является коммутативной, и вводятся для нее дополнительные структуры (например, топологии или нормы), связанные с этой операцией.

Важнейшей мотивацией для возникновения некоммутативной (квантовой) теории вероятностей был математический аппарат квантовой физики. Подчеркивая это, А.С. Холево в предисловии к своей работе «Квантовая вероятность и квантовая статистика» написал: «Квантовая теория вероятностей – это теория операторов в гильбертовом пространстве, “одушевленная” статистической интерпретацией квантовой механики», перефразировав известное изречение «Теория вероятностей - теория меры с душой» («Probability theory is a measure theory with a soul»). В квантовой механике физические величины (такие как координата, импульс энергий и другие) математически описываются как самосопряженные операторы, действующие в некотором гильбертовом пространстве. На множестве операторов вводятся алгебраические структуры, которые позволяют рассматривать эти физические величины как некоторые элементы операторной алгебры. Для вычисления математических ожиданий этих величин на множестве операторов (на соответствующих операторных алгебрах) задают некоторый специальный функционал, который называют состоянием (квантовым состоянием). Развитие этого математического аппарата привело к созданию теории, изучающей свойства состояний на операторных алгебрах. Эту теорию принято сейчас называть некоммутативной (квантовой) теорией вероятностей. Развитие вероятностного подхода к операторным алгебрам привели к получению новых важных результатов в рамках некоммутативной теории вероятностей.

Основными элементами некоммутативной теории вероятностей являются операторные алгебры и состояния, заданные на этой алгебре. Если в рамках этого подхода в качестве алгебры рассматривать коммутативную алгебру измеримых функций, описывающих случайные величины, то получается классическая теория вероятностей, базирующаяся на теоретико-множественной аксиоматике Колмогорова. В результате классическая теория вероятностей может рассматриваться как частный случай квантовой теории вероятностей, когда все случайные величины коммутируют между собой.

Некоммутативная теория вероятностей обычно формулируется на высоком уровне абстрактности и общности, для понимания которого требуется высокий уровень математической подготовки. Как следствие, эта теория выглядит слишком абстрактной, экзотической и не имеющей большого практического применения в инженерных и технических науках. В результате некоммутативная теория вероятностей обычно не включается в программы обучения студентов технических университетов, даже в спецкурсы факультетов прикладной математики и информационных технологий. Такое впечатление от некоммутативной теории вероятностей обманчиво. Отметим некоторые направления развития современной техники и технологий, которые имеют прямое отношение к некоммутативной теории вероятностей.

Во-первых, одним из важнейших направлений развития современной техники являются нанотехнологии. Это направление имеет дело с теоретическими и практическими методами проектирования, производства и применения объектов с заданной атомной структурой с помощью контролируемого манипулирования отдельными атомами и молекулами. Также следует отметить разработку молекулярных компьютеров, в качестве элементной базы которых будут использоваться отдельные молекулы, а не устройства микроэлектроники. Хорошо известно, что атомы и молекулы подчиняются законам квантовой механики. Как следствие, классическая теория вероятностей не является адекватным математическим языком в этой области. Для него необходимо обобщение методов классической теории вероятностей и математической статистики на некоммутативный (квантовый) случай, когда случайные величины не являются коммутирующими. В результате, можно сказать, что выпускникам технических университетов придется принимать участие в разработке и проектировании новых видов технических устройств и объектов, функционирование которых неразрывно связано с некоммутативной (квантовой) теорией вероятностей.

Во-вторых, современное направление развития информационных технологий связано с созданием квантовых компьютеров. Квантовый компьютер является вычислительным устройством, которое использует квантовые свойства состояний (квантовую суперпозицию, квантовую сцепленность) для передачи и обработки информации. Это существенно отличает его от классических компьютеров и других электронных устройств, информация между элементами которых передается в виде классических величин. Вычисления на квантовых компьютерах строятся по законам квантовой вероятности.

Важнейшим направлением, связанным с квантовыми компьютерами, является квантовая информатика, которая включает в себя построение алгоритмов, реализуемых на квантовых компьютерах. Возникло также квантовое программирование, как процесс сборки последовательностей инструкций (квантовыми программами), которые могут работать на квантовом компьютере, и квантовые языки программирования, которые помогают выражать квантовые алгоритмы. Эти алгоритмы и языки программирования базируются на свойствах некоммутативной (квантовой) вероятности. В силу этого, знание основ некоммутативной теории вероятностей особенно важно для студентов факультетов прикладной математики и информационных технологий.

В-третьих, одной из недавно созданных новых информационных технологий является квантовая телепортация, которая кардинально изменяет процессы классической связи и обмена информацией. Квантовая телепортация - это процесс, посредством которого квантовая информация (например, состояние атома или фотона) передается из одного места в другое, используя свойство сцепленности квантового состояния. Квантовая сцепленность - это свойство квантовых состояний двух или большего числа объектов, когда они должны описываться во взаимосвязи друг с другом, даже если отдельные объекты разнесены в пространстве. Вследствие этого возникают корреляции между наблюдаемыми физическими свойствами объектов. В настоящее время квантовая телепортация вышла на инженерный уровень, и сейчас уже разрабатываются сложные схемы ее практического применения, проектируются принципиально новые коммуникационные каналы квантовой связи, использующие свойства квантовой вероятности - сцепленность состояний.

В результате, выпускникам технических университетов, и прежде всего студентам факультетов прикладной математики и информационных технологий, необходимо понимание основ некоммутативной (квантовой) теории вероятностей, если они планируют участвовать в разработке и проектировании новой техники, на базе современных информационных технологий и нанотехнологий. Без этих технологий невозможно развитие современной техники, а эти технологии требуют знания и использования некоммутативной теории вероятностей. Отметим, что именно прикладная важность выделяет некоммутативную теорию вероятностей из всех других обобщений колмогоровской теории вероятностей.

Для преподавания некоммутативной (квантовой) теории вероятностей в технических университетах нельзя применять абстрактный подход, поскольку студенты технических специальностей не обладают достаточным уровнем математической подготовки. Однако это не означает, что их не нужно обучать основам некоммутативной теории вероятностей. В настоящий момент изданы различные книги по некоммутативной теории вероятностей на русском и английском языках [1-9], однако они не могут быть использованы как учебные пособия для студентов технических университетов. Однако курс некоммутативной теории вероятностей для студентов технических специальностей может быть построен не в абстрактном алгебраическом виде. Этот курс может быть выстроен на базе алгебры конечных матриц, которая изучается в курсе высшей математики на всех факультетах технических университетов. Более того, именно матричное представление квантовых состояний и их изменений активно используется при описании квантовых компьютеров (квантовых битов и гейтов). Для факультетов прикладной математики и информационных технологий можно строить курс некоммутативной теории вероятностей не только на примере матричных алгебр, но и на базе алгебры конечных линейных операторов. При этом важнейшим элементом такого курса должна быть прикладная направленность рассматриваемых примеров и задач. К сожалению, в настоящий момент нет полноценных пособий по квантовой теории вероятностей для технических университетов, в которых эта теория разбирается на примерах задач современной техники, по аналогии с пособием [10]. Актуальность разработки курса по некоммутативной (квантовой) теории вероятностей в задачах современной техники, и написание соответствующих учебных пособий возрастает с каждым годом, в связи с революционными изменениями в технике и технологиях.

Список литературы / References

1. *Meyer P.A.* Quantum Probability for Probabilists. Berlin: Springer-Verlag, 1993. 295 p. ISBN: 978-3-662-21558-6.
2. *Ciculescu I., Oprea A.G.* Noncommutative Probability. Berlin: Springer, 1994. 354 p. ISBN: 978-0-7923-3133-9.
3. *Biane P., Guionnet A., Voiculescu D.V.* Noncommutative Probability and Random Matrices at Saint-Flour. Berlin: Springer-Verlag, 2012. 472 p.
4. *Сарымсаков Т.А.* Введение в квантовую теорию вероятностей. Ташкент: ФАН, 1985. 184 с.
5. *Попов Н.Н.* Некоторые задачи теории квантовых вероятностей. М.: Изд-во ВЦ РАН, 1991. 64 с.
6. *Попов Н.Н.* Элементы теории квантовых вероятностей. М.: Изд-во ВЦ РАН, 1996. 206 с. ISBN: 5-201-09726-X.

7. *Хренников А.Ю.* Неколмогоровские теории вероятностей и квантовая физика. М.: Физматлит, 2003. 208 с.
8. *Аншелевич В.В., Гольдштейн М.Ш.* Операторные алгебры в статистической механике и некоммутативная теория вероятностей // Итоги науки и техники. Серия: Современные проблемы математики. Новые достижения. Том 27. М.: ВИНТИ, 1985. С. 191-228.
9. *Халево А.С.* Квантовая вероятность и квантовая статистика // Теория вероятностей - 8. Итоги науки и техники. Серия: Современные проблемы математики. Фундаментальные направления. Том 83. М.: ВИНТИ, 1991. С. 5-132.
10. *Тарасова С.С.* Теория вероятностей в задачах авиационной техники. Учебное пособие. М.: Изд-во МАИ, 1984. 70 с.