О ВНУТРЕННИХ УСИЛИЯХ ПРИ ИЗГИБЕ

Алдабергенов А.К. Email: Aldabergenov627@scientifictext.ru

*Алдабергенов Абай Капанович - кандидат технических наук, профессор,
кафедра энергетики и машиностроения,
Костанайский инженерно - экономический университет, г. Костанай, Республика Казахстан*

Аннотация: *в статье дифференцированием универсальных уравнений деформаций балки получены выражения для внутренних усилий. Сами уравнения деформаций выведены без ввода каких–либо условий и ограничений. В методе начальных параметров для уменьшения числа постоянных до двух введены дополнительные условия. В результате анализа выражений внутренних усилий доказано, что ввод таких дополнительных условий теоретически возможен. Такое заключение получено впервые. В этом заключается научная новизна работы.*

Ключевые слова: *балка; деформация; изгиб; уравнение; участок; нагрузка.*

ABOUT THE INTERNAL FORCES IN BENDING

Aldabergenov A.K.

*Aldabergenov Abay Kapanovich - Candidate of Technical Sciences, Professor,
DEPARTMENT OF ENERGY AND MECHANICAL ENGINEERING,
KOSTANAY ENGINEERING ECONOMIC UNIVERSITY, KOSTANAY, REPUBLIC OF KAZAKHSTAN*

Abstract: *in the article expressions for internal forces obtained by differentiating the universal equations of beam deformation. Strain equation derived without entering any conditions and restrictions. In the method of initial parameters for reducing the number of constants by two additional conditions imposed. An analysis of the internal forces expressions proved that the introduction of such additional conditions theoretically possible. This conclusion is first obtained. This is a scientific novelty of the work.*

Keywords: *beam; deformation; bending; the equation; section; load.*

УДК 539.384

В статье [1] приведены универсальные формулы для определения постоянных интегрирования. С учетом их интегралы дифференциального уравнения изогнутой оси балки приняли вид [2], [3]:

$$EI\theta_x = EI\theta_0 - \sum M \cdot (x-a) - \sum P \frac{(x-b)^2}{2} - \sum q[\frac{(x-c)^3}{6} - \frac{(x-d)^3}{6}];$$

$$EIw_x = EIw_0 + EI\theta_0 \cdot x - \sum M \frac{(x-a)^2}{2} - \sum P \frac{(x-b)^3}{6} - \\ - \sum q[\frac{(x-c)^4}{24} - \frac{(x-d)^4}{24}]. \qquad (1)$$

где a, b, c и d – характерные расстояния от начала координат до соответствующих внешних нагрузок M, P и q. Уравнения (1) называются универсальными уравнениями деформаций изгиба. Знак $\sum$ означает, что имеются несколько участков с распределенной нагрузкой, сосредоточенных сил и моментов. Надо отметить, что эти уравнения получены без ввода каких – либо дополнительных условий или ограничений. В этом заключается научная новизна работы. Они полностью совпадают с известными уравнениями метода начальных параметров. Их можно использовать при расчете как статически определимых, так и неопределимых балок.

Продифференцировав функцию прогиба (1) дважды и трижды, получим выражения для изгибающих моментов и поперечных сил в произвольном сечении балки в виде:

$$M_x = -EI\frac{d^2w}{dx^2} = +\sum M + \sum P(x-b) + \sum q[\frac{(x-c)^2}{2} - \frac{(x-d)^2}{2}].$$

$$Q_x = \frac{dM}{dx} = \sum P + q \cdot [(x-c) - (x-d)]. \qquad (2)$$

Уравнения (2) внешне полностью совпадают с уравнениями [4, с. 62] для равномерно распределенной нагрузки. Обращаем внимание на то, что методы их получения имеют принципиальные отличия. В работе Варвака уравнения равновесия $q(x) = -\dfrac{dQ(x)}{dx}$ и $\dfrac{dM(x)}{dx} = Q(x)$ приводятся к одному разрешающему уравнению $\dfrac{d^2M(x)}{dx^2} = \dfrac{dQ(x)}{dx} = -q(x)$. Затем, интегрируя это уравнение и используя краевые условия задачи, находятся выражения внутренних усилий $M(x)$ и $Q(x)$ от сосредоточенного момента M_0 и сосредоточенной силы Q_0, приложенных в начале координат (начальные параметры). Эти результаты принимаются как базовые. Далее, по их аналогии записываются выражения внутренних усилий от трапециевидных $q(x)$ и сосредоточенных нагрузок M и P, приложенных в сечении $x = a$. При этом трапециевидная нагрузка представляется как сумма элементарных сосредоточенных сил (используется определенный интеграл), для которой применяются базовые результаты. По определению Варвака, изложенный им метод: определение силовых и деформационных факторов путем интегрирования соответствующих дифференциальных уравнений называется классическим методом.

В данной работе уравнения деформации (1) получены в результате интегрирования дифференциального уравнения изогнутой оси балки. Далее, дифференцируя их, определены внутренние усилия (2). Постоянные интегрирования определяются из условия на левом конце и закрепления элемента, а также непрерывного и гладкого сопряжения участков. В этом заключается ее отличие от [4] и новизна работы. Заметим, при этом подходе сначала записываются выражения изгибающих моментов от внешних нагрузок и вносятся в уравнение (1). После этого заново получаем эти выражения в виде (2). Нахождения изгибающих моментов и поперечных сил по этим уравнения удобны для любой балки при любой нагрузке для любого участка. В этом случае нет необходимости деления балки на отдельные участки. Достаточно выбрать конкретное сечение, и по левым силам вычислить внутренние усилия в нем. Поэтому эти уравнения можно назвать универсальными уравнениями изгибающих моментов и поперечных сил.

Теперь обратите внимание на правую часть (2). Выражения, стоящие в квадратной скобке $q\dfrac{(x-c)^2}{2}$ и $-q\dfrac{(x-d)^2}{2}$, представляют собой изгибающие моменты в сечении *x* от двух равномерно распределенных нагрузок. Отсюда можно сделать следующий важный вывод: заданную распределенную нагрузку (рис.1*а*) можно представить как сумму двух нагрузок: одна распределенная нагрузка длиной $(x-c)$ (рис.1*б*) и другая, распределенная нагрузка обратного направления длиной $(x-d)$ (рис.1*в*). Далее, в работе интегрирования уравнений произведены с раскрытием всех скобок, т.е. без правил Клебша. Наконец, в уравнениях деформаций множитель $(x-a)$ при сосредоточенном моменте M появился естественным образом. Как известно, в методе начальных параметров для уменьшения числа постоянных интегрирования до двух вводились дополнительные условия: а) если распределенная нагрузка прерывается, то ее продлевают до рассматриваемого сечения и прикладывают компенсирующую нагрузку; б) единицу при сосредоточенном моменте представляют коэффициентом типа $(x-k_i)^0$; в) интегрирование уравнений проводят, используя прием Клебша

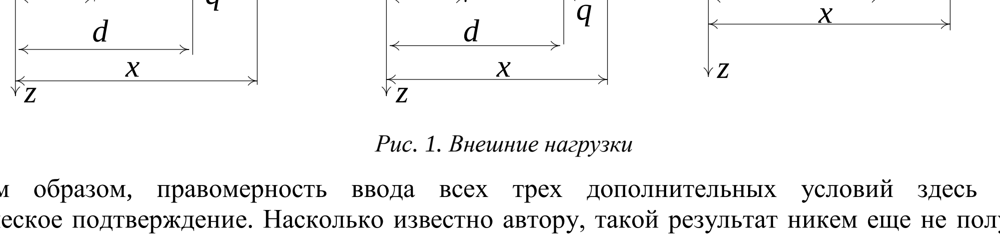

Рис. 1. Внешние нагрузки

Таким образом, правомерность ввода всех трех дополнительных условий здесь получила теоретическое подтверждение. Насколько известно автору, такой результат никем еще не получен. Это новизна работы. Правильность метода начальных параметров не подвергается сомнению, а лишь подчеркивается, что он получен с вводом дополнительных условий. Надо полагать, что с учетом современного уровня вычислительной техники и ее дальнейшего развития вопрос вычисления деформаций и внутренних усилий в балках по универсальным формулам (1) и (2) становится более актуальным.

Список литературы / References

1. *Алдабергенов А.К.* Новое в методе непосредственного интегрирования. //Проблемы современной науки и образования. № 5 (47). М., 2016 г.
2. *Алдабергенов А.К.* Еще раз о деформации изгиба балки от распределенной нагрузки // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. Москва, 2015. № 4. С. 32 – 34.
3. *Алдабергенов А.К.* О методе непосредственного интегрирования. Вестник науки и образования, 2016. № 8 (20). С. 29 – 32.
4. *Варвак П.М.* Новые методы решения задач сопротивления материалов. Киев: Изд–во «Вища школа», 1977. 160 с.