НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ ИЗУЧЕНИЯ НЕРАВЕНСТВ И ИХ СВОЙСТВ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ

Останов К.[1], Актамова В.У.[2]

[1]Останов Курбон - кандидат педагогических наук, доцент,
кафедра теории вероятностей и прикладной математики,
Самаркандский государственный университет имени Шарофа Рашидова;
[2]Актамова Васила Уктамовна - преподаватель,
кафедра точных наук,
Самаркандский государственный университет ветеринарной медицины, животноводства и биотехнологии;
г. Самарканд, Республика Узбекистан

Аннотация: *программа по математике средней школы предполагает изучение линейных неравенств с одним неизвестным, квадратичных неравенств с одним неизвестным, а также рациональных неравенств и метода интервалов. В этих вопросах основное внимание уделяется приобретению умений и навыков по решению неравенств. Такой аппарат неравенств объясняется широким применением методов курса алгебры и начал анализа при решении различных задач курса геометрии. Это прежде всего, вопросы, связанные с изучением функций. Решение логарифмических уравнений и неравенств, тригонометрических неравенств требует умения решать линейные неравенства и квадратичные неравенства с одной переменной. Изучение практических вычислений, введение важнейших понятий математического анализа — производной и интеграла — в основном опираются на аппарат неравенств. Исходя из этого в статье рассматриваются вопросы методики изучения неравенств школьном курсе математики.*

Ключевые слова: *неравенство, решение, метод, линейное неравентво, квадратичное неравенство, алгоритм решения.*

SOME ASPECTS OF STUDYING INEQUALITIES AND THEIR PROPERTIES IN SECONDARY SCHOOL

Ostanov K.[1], Aktamova V.U.[2]

[1]Ostanov Kurbon - Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
DEPARTMENT OF PROBABILITY THEORY AND APPLIED MATHEMATICS,
SAMARKAND STATE UNIVERSITY NAMED AFTER SHAROF RASHIDOV;
[2]Aktamova Vasila Uktamovna - Lecturer,
DEPARTMENT OF EXACT SCIENCES,
SAMARKAND STATE UNIVERSITY OF VETERINARY MEDICINE, ANIMAL HUSBANDRY AND BIOTECHNOLOGY;
SAMARKAND, REPUBLIC OF UZBEKISTAN

Abstract: *the high school mathematics program involves the study of linear inequalities with one unknown, quadratic inequalities with one unknown, as well as rational inequalities and the method of intervals. These questions focus on acquiring skills to address inequalities. This apparatus of inequalities is explained by the widespread use of methods from the algebra course and the principles of analysis in solving various problems in the geometry course. These are, first of all, questions related to the study of functions. Solving logarithmic equations and inequalities and trigonometric inequalities requires the ability to solve linear inequalities and quadratic inequalities in one variable. The study of practical calculations and the introduction of the most important concepts of mathematical analysis - derivative and integral - are mainly based on the apparatus of inequalities. Based on this, the article discusses the methods of studying inequalities in a school mathematics course.*

Keywords*: inequality, solution, method, linear inequality, quadratic inequality, solution algorithm*.

УДК 372.851

Существует два основных способа разработки содержания линии неравенств: сначала необходимо повторить материал по уравнениям, а затем по неравенствам, отдельное изложение также будет сделано при изучении теории квадратичного трехчлена в старших классах, логарифмических, показательных, тригонометрических уравнений и соответствующие им неравенства изучаются в тесной связи друг с другом; основные классы неравенств изучаются сразу после изучения соответствующих классов уравнений.

В целом изучение неравенств в школьном курсе математики организовано по принципу уравнений. Отметим ряд особенностей изучения неравенств:

1) Как правило, навыки решения неравенств, за исключением квадратных, формируются на более низком уровне, чем уравнения соответствующих классов. Это свойство имеет объективную природу: теория неравенств сложнее теории уравнений. Упомянутая ситуация частично смягчается другими особенностями изучения неравенств, поэтому в целом можно предположить, что содержание темы неравенства, возможности их применения от этого не пострадают.

2) Большинство методов решения неравенств состоят в переходе от заданного неравенства $a > b$ к уравнению $a = b$ и последующем переходе от найденных корней уравнения к множеству решений данного неравенства. Пожалуй, такой переход не производится только при рассмотрении линейных неравенств, где в нем нет необходимости из-за простоты процесса решения таких неравенств. Это свойство следует постоянно подчеркивать, чтобы переход и обращение уравнений стали основным методом решения неравенств; в старших классах он формализуется в школе как «метод интервалов».

3) Визуальная и графическая наглядность также играют важную роль в изучении неравенств.

Эти свойства могут быть использованы для обоснования размещения материала, связанного с неравенствами, количеством заданий, необходимых для освоения программы минимума. Первое свойство можно интерпретировать следующим образом: при одинаковом количестве упражнений техника решения неравенств определенного класса уступает уравнениям соответствующего класса; следовательно, если есть необходимость развивать сложные навыки решения неравенств, то для этого требуется большее количество задач. Второе свойство гласит, что темы, связанные с неравенствами, располагаются после тем, связанных с соответствующими классами уравнений. По третьему признаку изучение неравенств зависит от качества изучения функциональной направленности школьного курса. Перечисленные свойства показывают, что изучение предыдущего материала оказывает сильное влияние на изучение неравенств.

Рассмотрим эти свойства на примере квадратных неравенств. Изучение квадратных неравенств следует за изучением квадратного уравнения и квадратной функции. По мере изучения учащиеся смогут построить график квадратичной функции и отметить нули функции, если они существуют. Поэтому переход к рассмотрению квадратных неравенств можно осуществить как переход от неравенства $ax^2 + bx + c > 0$ к построению и изучению графика функции $y = ax^2 + bx + c$. Поскольку существует множество различных положений графика относительно оси абсцисс, лучше всего начать с рассмотрения конкретной задачи, где соответствующее квадратичное уравнение имеет разные корни. Этот пример устанавливает корреляцию между двумя проблемами:" решить неравенство $ax^2 + bx + c > 0$"; «Найдите значения аргумента, при которых значения функции $y = ax^2 + bx + c$ положительны». Сначала осуществляется переход к построению графика функции. Нули этой функции делят ось абсцисс на три интервала, в каждом из которых она сохраняет знак, поэтому ответ считывается прямо с графика. Другие случаи решения квадратных неравенств (квадратный трехчлен $y = ax^2 + bx + c$ имеет не более одного корня) требуют дополнительного рассмотрения, но опираются на то же соответствие.

В ходе дальнейшего изучения нет необходимости иметь четко нарисованный график квадратного треугольника, если он имеется, достаточно определить положение корней и учесть необходимые особенности графика (направление ветви параболы) на эскизе .

В школьном курсе математики ограничиваются изучением неравенств основных классов; внесения в общеобразовательные классы задания, требующие специальных приемов решения неравеств, встречаются относительно редко. Например, не изучаются биквадратные неравенства.

Среди типов задач, в которых проявляется практическая роль неравенств в курсе алгебры, выделяем нахождение области определения функции и исследование корней уравнений в зависимости от параметров.

При изучении тем «Неравенства»: «Численные неравенства и их свойства», «Неравенства с одной переменной» учащиеся приобретают знания о понятии числовое неравенство, необходимом и достаточном условии, чтобы числа a и b находились в отношении «$a > b$» или « $a < b$», теоремах и следствиях о числовых неравенствах, знакомятся со свойствами числовых неравенств, заданных в виде теорем сложения и умножения. Затем вводится понятие числового интервала, даются определение неравенства, его решение, определение равносильных неравенств, кроме того, свойства, используемые при решении неравенств с одной переменной, вводится определение линейного неравенства с одной переменной. Решаются большое количество различных примеров.

Знакомство учащихся с неравенствами позволяет им использовать аппарат неравенств при решении различных задач. С одной стороны, алгоритм решения линейных неравенств с одной переменной аналогичен алгоритму решения линейных уравнений. И это в определенной степени облегчает работу по формированию навыков решения линейного неравенства в той его части, которая связана с использованием тех или иных конкретных замен, переносом членов неравенства с одной стороны на другую. Однако существуют существенные различия, связанные с делением или умножением обеих частей неравенства на отрицательное число, а также с тем, что решением этого линейного неравенства является числовой интервал, а не какое-то конкретное число или несколько чисел. Поэтому, как это ни парадоксально, но существующая аналогия с линейными уравнениями зачастую не способствует формированию навыка решения линейных неравенств. Прежде всего, это следует учитывать при определении обязательного уровня владения соответствующими навыками. Кроме того, следует учитывать, что сложность замены переменной в неравенствах невелика при их дальнейшем применении. Поэтому на обязательном уровне не следует искусственно создавать сложные замены. Как известно, в обучении это делается для повторения и закрепления соответствующего материала. Но для определенной части, учащихся эти замены могут скрыть суть и самая главная цель не будет достигнута. Поэтому от всех учащихся нецелесообразно требовать от них решения неравенства типа $ax + b > 3$. Во-первых, у всех учащихся необходимо развивать навыки решения простых неравенств вида $ax > b$ $(ax < b)$ для разных значений a и b, а также выработать четкие представления о том, что решением линейного неравенства является не какое-либо число и не несколько чисел, и что бесконечные числа представляют собой множество — числовой интервал . Другими словами, учащиеся должны понимать, что такие неравенства должны иметь возможность свободно решать неравенства вида: 1,2x < 5; -4 < 2x и так далее.

С точки зрения применения в курсе анализа не всем учащимся необходимо развивать навыки решения неравенств, требующих сложных замен. Все учащиеся должны уметь легко решать линейные неравенства следующего вида: 3 – 4x < 0; 2x –5 > 5x + 1; x – 4(3-x) < 6x -7.

Таким образом, при решении линейных неравенств с одной переменной необходимо помнить о таких важных свойствах е неравенств: если обе части неравенства умножить или разделить на одно и то же положительное число, получится эквивалентное ему неравенство; изменив знак неравенства в обратную сторону и умножив или разделив обе части на одно и то же отрицательное число, получаются равносильное неравенство.

Следующий алгоритм позволяет найти аналитическое решение линейных неравенств с одной переменной, который в развернутом виде можно выразить следующим образом: 1) раскрыть скобки в обеих частях неравенства; 2) приведение подобных членов; 3) привести неравенство к простейшему виду, исходя из свойств неравенств; 4) запишите ответ.

Например, решаем неравенство: 4(x -3) + 3 < - 2(x +4);

1) 4x –12 - 8 < –2x –8; 2) 4x –20< –2x –8 3) 6x < -12; 4) x < -2.

С темой «Неравенства с одной переменной» ученики встретятся при изучении темы «Квадратичная функция». Здесь можно рассматривать как поиск интервалов, в которых подобранная квадратичная функция принимает положительные или отрицательные значения.

Для этого выполняется следующие действия: 1) найти дискриминант квадратного трехчлена и определить, проверить имеет ли трехчлен корни или нет; 2) если трехчлен имеет корни, то их отмечают на оси x и схематически рисуют параболу, ветви которой направлены вверх при a > 0 или вниз при a < 0 и проходят через указанные точки; при отсутствии корней трехчлена схематически изображают параболу, расположенную в верхней полуплоскости при a > 0 или в нижней полуплоскости при a < 0; 3) точки параболы расположены выше оси x (если решается неравенство $ax^2 + bx + c > 0$ или ниже оси x (если решается неравенство $ax^2 + bx + c < 0$). решено), находятся интервалы по оси x.

Например, решаем неравенство $x^2 + x - 2 < 0$. Рассмотрим функцию $y = x^2 + x - 2$. График этой функции представляет собой параболу, а ее ветви направлены вверх. Выясним, как расположена парабола относительно оси X. Для этого решаем уравнение $x^2 + x - 2 = 0$. Получаем: $x_1 = -2$, $x_2 = 1$.

Таким образом, парабола пересекает ось X в двух точках, оси которых равны -2 и 1. Схематически указывается, как расположена парабола на координатной плоскости (где изображена график функции $y = x^2 + x - 2$). Итак, множество решений неравенства $x^2 + x - 2 < 0$ представляет числовой интвервал (-2; 1).

Заметим, что при рассмотренном способе решения неравенства нас не интересовала вершина параболы. Важно лишь знать, куда направлены ветви параболы — вверх или вниз, и какова будет абсцисса ее пересечения с осью X. Затем учащиеся познакомятся с другим методом решения неравенств, так называемым методом интервалов, в частности, этим методом решаются неравенства вида $x^2 + x - 2 < 0$.

Решая несколько примеров, полезно дать учащимся алгоритм решения неравенств методом интервалов: 1) введите функцию; 2) найти область определения функции; 3) найти нули функции; 4) область опредения функци делит на интервалы с граничными точками, в которых функция обращается в нуль; 5) определить знак функции в каждом из этих интервалов; 6) выбирать интервалы, удовлетворяющие этому неравенству; 7) записывать ответ.

Таким образом, содержание курса математике средней школы предполагает изучение линейных неравенств с одним неизвестным, квадратичных неравенств с одним неизвестным, а также рациональных неравенств и метода интервалов. В этих вопросах основное внимание уделяется приобретению упомянутых выше навыков решения неравенств. Такой аппарат неравенств объясняется широким применением алгебры, алгебры и начал анализа при решении различных задач курса геометрии. Это прежде всего, вопросы, связанные с изучением функций (области определения степенной, логарифмических и других функций; нахождение знакосохраняющих интервалов, интервалов монотонности и т. д.). Решение логарифмических уравнений и неравенств, тригонометрических неравенств требует умения решать линейные неравенства и квадратичные неравенства с одной переменной. Изучение практических вычислений, введение важнейших понятий математического анализа — производной и интеграла — в основном опираются на аппарат неравенств. Кроме того, наибольшее развитие изучение неравенств имеет и входят в число проблем курса алгебры и начала анализа. Поэтому определенные навыки, связанные с неравенством, следует автоматизировать, освоить и развивать, чтобы на них можно было положиться для дальнейшего развития у учащихся умений и навыков по математике.

Список литературы / References

1. *Иванов О.А.* Элементарная математика для школьников, студентов, преподавателей. М.: МЦНМО, 2009 - 384 с.
2. *Останов К., Тураев У.Я., Рахимов Б.Ш.* Об обучении учащихся основным методам решения квадратных неравенств //European science. – 2020. – №. 1 (50). – С. 57-59.
3. *Останов К. и др.* О ФОРМИРОВАНИИ У УЧАЩИХСЯ УМЕНИЙ РЕШАТЬ ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ НЕРАВЕНСТВА //Интеллектуальный потенциал XXI века. – 2018. – С. 196-199.
4. *Останов К., Абсаломов Ш.К., Шукруллоев Б.Р.О.* О методических особенностях изучения квадратичных неравенств // Вопросы науки и образования. – 2018. – №. 11 (23). – С. 43-44.
5. *Останов К., Абсаломов Ш.К., Шукруллоев Б.Р.О.* Исследование квадратных неравенств в зависимости от дискриминанта трехчлена //Научные исследования. – 2018. – №. 4 (23). – С. 46-47.