

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ИНДУКЦИИ К НЕКОТОРЫМ ЗАДАЧАМ ГЕОМЕТРИИ

Эшимова Ф.К.

*Эшимова Феруза Кенжабоевна – ассистент,
кафедра математики и информатики,
Узбекско-Финский педагогический институт,
г. Самарканд, Республика Узбекистан*

Аннотация: в данной работе, наряду с описанием основных принципов метода математической индукции, показано его применение при решении некоторых геометрических задач, что обеспечивает овладение этим методом.

Ключевые слова: гипотезы, рассуждения, метод математической индукции, геометрия.

APPLICATION OF THE METHOD OF MATHEMATICAL INDUCTION TO SOME GEOMETRY PROBLEMS

Eshimova F.K.

*Eshimova Feruza Kenzhaboevna – Assistant,
DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE,
UZBEK-FINNISH PEDAGOGICAL INSTITUTE,
SAMARKAND, REPUBLIC OF UZBEKISTAN*

Abstract: in this work, along with a description of the basic principles of the method of mathematical induction, its application in solving some geometric problems is shown, which ensures mastery of this method.

Key words: hypotheses, reasoning, method of mathematical induction, geometry.

УДК 517.1

Овладение каждым предметом требует изучения основных закономерностей различных фактов в нем, а также овладения методами исследования этого предмета и создания ряда методов, раскрывающих закономерности изучаемых объектов. Некоторые из них специально разработаны для конкретных задач, другие имеют общематематическое значение.

Основная задача школы – подготовить ученика к логическому мышлению, исследованиям, творчеству, самостоятельному образованию и саморазвитию. Целесообразно раскрыть основное содержание и суть образовательного процесса, связанного с формированием логического мышления. Логика как педагогическое понятие в равной степени относится к цели и средству воспитания. То есть цель образования – воспитать человека, мыслящего логически.

В процессе изучения материалов по геометрии у учащихся развивается интеллект и внимание. Они учатся классифицировать и сравнивать геометрические фигуры. Приобретая навыки измерения, они развивают независимость и уверенность.

Поскольку основной целью школьного курса геометрии является развитие у учащихся умения логически мыслить, то для достижения этой цели необходимо в ходе обучения решить ряд доказательных и расчетных задач. Рассмотрим метод математической индукции как один из способов решения подобных задач.

Метод математической индукции — метод, широко используемый с успехом в различных областях математики. Прежде всего, этот метод примечателен своей очень простой идеей. Во-вторых, этот метод характеризуется тем, что требует определенной изобретательности в четком изложении доказываемой гипотезы, рассуждения или теоремы.

Математическая индукция — важный фактор доказательства новых фактов не только во всех областях элементарной математики, но и в различных разделах современной математики.

В данной работе, наряду с описанием основных принципов метода математической индукции, показано его применение при решении некоторых геометрических задач, что обеспечивает овладение этим методом.

Известно, что существует два способа мышления о событии или процессе: дедуктивное мышление и индуктивное мышление.

Дедукция — это форма рассуждения от общих утверждений к конкретным утверждениям (слово дедукция означает логический вывод). Дедукция и индукция являются взаимодополняющими формами рассуждения. Доказываемые утверждения формируются индуктивным путем на основе наблюдений, а правильность этого утверждения доказывается с помощью дедуктивного метода доказательства.

Индукция - это особое утверждение рассуждения, которое является формой перехода к общему подтверждению.

Сущность метода математической индукции состоит в том, что по данному утверждению (или гипотезе) $A(n)$, $n \in N$, требуется доказать, что оно справедливо для произвольного натурального числа n , причем с невозможностью проверить правильность утверждения (или гипотезы) $A(n)$ для всех натуральных n . В этом случае по математической индукции его правильность доказывается следующим образом:

Шаг 1. При $n=1$ рассуждение $A(n)$ проверяются.

Шаг 2. Предполагается, что рассуждение $A(n)$ верно для $n = k$.

Шаг 3. Доказывается корректность рассуждения $A(n)$ для $n = k + 1$ ($k \in N$).

Применение метода математической индукции в геометрии часто связано с доказательствами обобщенных свойств фигур.

Пример 1. Сумма углов в n -угольнике равна $180^0(n-2)$.

Доказательство. 1-шаг. Предположим, что мы уже знаем, что сумма углов в треугольнике равна 180^0 . Для базисного шага, когда $n=3$, утверждение верно.

2-шаг. Теперь предположим, что для некоторого натурального k утверждение верно, т.е., сумма углов в k -угольнике равна $180^0(k-2)$.

3-шаг. Теперь рассмотрим $(k+1)$ -угольник. Мы можем разделить его на треугольник и k -угольник. Сумма углов в треугольнике равна 180^0 , и сумма углов в k -угольнике равна $180^0(k-2)$ по предположению индукции. Суммируя эти две суммы, мы получаем сумму углов в $(k+1)$ -угольнике равна $180^0(k-1)$, подтверждая тем самым наше утверждение.

Пример 2. Число диагоналей в n -угольной пирамиды равна $\frac{n(n-1)}{2} + n$.

Доказательство. 1-шаг. При $n=3$ (треугольная пирамида) имеем три диагоналей.

2-шаг. Теперь предположим, что для некоторого натурального k , т.е. для k -угольной пирамиды число диагоналей равно $\frac{k(k-1)}{2} + k$.

3-шаг. Рассмотрим $(k+1)$ -угольную пирамиду. Из каждой новой вершины этой пирамиды можно провести k диагоналей к вершинам предыдущего k -угольника плюс одну диагональ, соединяющую новую вершину с вершиной базового k -угольника. По предположению индукции, внутри пирамиды с k вершинами есть $\frac{k(k-1)}{2} + k$ диагоналей. Добавив новую вершину, мы получаем еще $k+1$ диагональ. Таким образом, общее число диагоналей в $(k+1)$ -угольной пирамиде равно $\frac{k(k-1)}{2} + k + (k+1) = \frac{(k+1)k}{2} + (k+1)$, так как $\forall k \in N$, то верно данное утверждение.

Пример 3. Доказать, что объем правильной пирамиды с n вершинами вычисляется по формуле $V = \frac{Sh}{3}$, где S - площадь основания, h - высота пирамиды.

Доказательство. 1-шаг. При $n=3$ рассмотрим треугольную пирамиду. Ее объем можно вычислить по формуле $V = \frac{Sh}{3}$, где S - площадь основания (треугольника), h - высота треугольной пирамиды.

2-шаг. Предположим, что утверждение верно для правильной пирамиды с k вершинами.

3-шаг. Рассмотрим правильную пирамиду с $k+1$ вершинами. Можно разделить её на нижнюю часть (правильная пирамида с n вершинами) и верхний пирамидальный слой (пирамида с одной вершиной). По предположению индукции, объем нижней части равен $V_{н.ч.} = \frac{Sh}{3}$, объем верхнего

слоя также можно вычислить по формуле $V_{в.ч.} = \frac{Sh}{3}$, (эта треугольная пирамида). Суммируя объем нижней части и верхнего слоя, получаем объем правильной пирамиды с $k + 1$ вершинами вычисляется по формуле $V = \frac{Sh}{3}$, где S – площадь основания, h – высота пирамиды.

Таким образом, по индукции, объем правильной пирамиды с n вершинами вычисляется по формуле $V = \frac{Sh}{3}$.

Эти примеры иллюстрируют, как метод математической индукции может быть успешно применен для решения геометрических задач, позволяя убеждаться в их верности для всех возможных случаев.

Список литературы / References

1. Виленкин Н.Я. Индукция. Комбинаторика. М.: Просвещение, 1976.
2. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. М.: Наука, 1975.
3. Соминский И.С., Головина Л.И., Яглом И.М. О математической индукции. М.: Наука, 1967.
4. Файзуллаева Б., Эшимова М. Поведение интеграла типа Коши вблизи границы для разомкнутых кривых // Вестник науки и образования. № 4(40) 2018. Том 2. С. 6-9.