ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ В ПРОГРАММНЫХ АЛГОРИТМАХ ИНТУИЦИОНОЙ НЕЧЕТКОЙ ЛОГИКИ АТАНАСОВА

Усов А.Е.[1], Варламов А.А.[2], Бабкин О.В.[3], Дос Е.В.[4], Мостовщиков Д.Н.[5]

[1]Усов Алексей Евгеньевич – ведущий архитектор;
[2]Варламов Александр Александрович – старший архитектор;
[3]Бабкин Олег Вячеславович – старший архитектор;
[4]Дос Евгений Владимирович – архитектор;
[5]Мостовщиков Дмитрий Николаевич – старший архитектор,
Системный интегратор «Li9 Technology Solutions»,
г. Райли, Соединенные Штаты Америки

Аннотация: *рассмотрены базовые методы математического представления интуиционистских нечетких множеств Атанасова через функцию принадлежности и уровень достоверности принадлежности элемента к множеству. Алгоритмы анализа наборов данных на базе интуиционистских нечетких множеств Атанасова были разделены на группы, которые включают в себя два слагаемых (уровень принадлежности и уровень непринадлежности) и три слагаемых (уровень принадлежности, уровень непринадлежности и уровень достоверности). При этом была построена базовая схема расчета первой и второй групп расширенных модальных операторов. Было указано, что развитие данного подходов возможно через применение топологических операторов, в частности оператора замыкания и внутреннего оператора, которые должны быть связаны с базовыми модальными операторами. Рассмотрены базовые подходы по обобщению нечетких множеств Атанасова через интуиционистские L-нечеткие множества, множества второго типа и темпоральные множества. Показан приоритет подходов, в рамках которых интуиционистские нечеткие множества Атанасова представляются в виде интервалов, что позволяет рассматривать множество через верхнюю и нижнюю границу интервала значений функции принадлежности без определения множества значений, которые может принимать функция непринадлежности.*

Ключевые слова: *нечеткие множества, уровень достоверности принадлежности элемента к множеству, уровень принадлежности, расширенные модальные операторы, топологические операторы, обобщение интуиционистских нечетких множеств Атанасова, интервальное представление.*

PECULIARITIES OF ATANASSOV'S INTUITIONISTIC FUZZY LOGIC APPLICATION AT SOFTWARE ALGORITHMS

Usov A.Y.[1], Varlamov A.A.[2], Babkin O.V.[3], Dos E.V.[4], Mostovshchikov D.N.[5]

[1]Usov Aleksey Yevgenyevich – Lead Systems Architect;
[2]Varlamov Aleksandr Aleksandrovich – Senior Solution Architect;
[3]Babkin Oleg Vyacheslavovich – Senior System Architect;
[4]Dos Evgenii Vladimirovich – System Architect;
[5]Mostovshchikov Dmitrii Nikolayevich – Senior System Architect,
IT INTEGRATOR «LI9 TECHNOLOGY SOLUTIONS»,
RALEIGH, UNITED STATE OF AMERICA

Abstract: *the basic methods of the mathematical representation of Atanassov's intuitionistic fuzzy sets are considered through the membership function and the hesitation margin. Algorithms for analyzing datasets based on Atanassov's intuitionistic fuzzy sets were divided into groups, which include two terms (level of membership and level of non-membership) and three terms (level of membership, level of non-membership and hesitation margin). At the same time, the basic scheme for calculating the first and second groups of extended modal operators was constructed. It was stated that the development of this approach is possible through the use of topological operators, in particular, the closure operator and the internal operator, which should be associated with the basic modal operators. Basic approaches to the generalization of Atanassov's intuitionistic fuzzy sets through intuitionistic L-fuzzy sets, second-type sets, and temporal sets are considered. The priority of approaches is shown, within which Atanassov's intuitionistic fuzzy sets are represented as intervals, which allows considering the set through the upper and lower limits of the interval of the membership function values without defining the set of values that the non-membership function can take.*

Keywords: *fuzzy sets, hesitation margin, membership level, extended modal operators, topological operators, generalization of Atanassov's intuitionistic fuzzy sets, interval representation.*

УДК 331.225.3

Введение

Интуиционистские нечеткие множества Атанасова (A-IFS: Atanassov's intuitionistic fuzzy sets) на сегодняшний день рассматриваются как стандартный подход при обобщении и математическом представлении нечетких множеств, на основе которых строятся прогностические модели [1-6]. A-IFS предоставляют эффективный математический инструментарий, который может быть использован в широком спектре задач. При этом характерно, что, в свою очередь, существуют подходы обобщения A-IFS, что показывает гибкость данного математического инструмента при анализе разнообразных аспектов и выделении связей в больших массивах данных.

Анализ последних исследований и публикаций в данной области показал приоритет использования интервальных методов представления нечетких множеств [11]. Кроме того были рассмотрены методы получения расширенных модальных операторов и топологических операторов [7, 8]. Кроме того был проведен анализ нескольких групп методов обобщения A-IFS [9, 10].

Целью работы, таким образом, стала разработка методологии построения комплексных алгоритмов на основе интервального представления A-IFS в соответствии с типом поставленной задачи.

1. Базовые подходы построения интуиционистских нечетких множеств Атанасова

Математическое описание нечетких множеств может быть обобщено в следующей форме [1]:

$$A' = \{x, M_{A'}(x)\}, \tag{1}$$

где набор значений, которые могут принимать функция принадлежности в нечетких множествах $M_{A'}(x)$ и ее параметр x определяются через такую систему уравнений как:

$$\begin{cases} M_{A'}(x) \in [0;1] \\ x \in X \end{cases}, \tag{2}$$

В таком случае, на основе равнений (1), (2) A-IFS может быть представлено через функцию A:

$$\begin{cases} A = \{x, M_A(x), N_A(x)\} \\ x \in X \end{cases}, \tag{3}$$

где функция $M_A(x)$ отвечает за уровень принадлежности, а функция $N_A(x)$ отвечает за уровень непринадлежности, причем на эти функции накладываются следующие ограничения:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} M_A(x) \in [0;1] \\ X \to [0;1] \\ x \in A \end{cases} \\ \begin{cases} N_A(x) \in [0;1] \\ X \to [0;1] \\ x \in A \end{cases} \\ \begin{cases} 0 \le M_A(x) + N_A(x) \le 1 \\ x \in A \end{cases} \end{array}\right. . \tag{4}$$

Таким образом, нечеткое множество может универсально определяться через A-IFS:

$$\begin{cases} A = \{x, M_{A'}(x), 1 - M_{A'}(x)\} \\ x \in X \end{cases}, \tag{5}$$

Также дополнительно должен быть введен такой параметр как уровень достоверности принадлежности элемента к множеству A-IFS (HM: Hesitation Margin), определяющий достоверность принадлежности $x \in A$ [2]

$$\begin{cases} 0 \leq HM_A(x) \leq 1 \\ x \in X \end{cases}, \tag{6}$$

который показывает свою эффективность при определении расстояний между элементами, уровней соответствия и уровней энтропии [3-6].

2. Разработка комплексных алгоритмов анализа наборов данных на базе интуиционистских нечетких множеств Атанасова

Алгоритмы анализа наборов данных на базе интуиционистских нечетких множеств Атанасова можно разделить на следующие две группы:

- алгоритмы, которые включают в себя два слагаемых (уровень принадлежности $M_A(x)$ и уровень непринадлежности $N_A(x)$);
- алгоритмы, которые включают в себя три слагаемых (уровень принадлежности $M_A(x)$, уровень непринадлежности $N_A(x)$ и уровень достоверности $HM_A(x)$).

В случае A-IFS необходимое условие $A = \{x, M_{A'}(x), 1 - M_{A'}(x)\}$ для $x \in X$ соответствует достаточному условию $A = \{x, 1 - N_{A'}(x), N_{A'}(x)\}$:

$$\begin{cases} A = \{x, M_{A'}(x), 1 - M_{A'}(x)\} = \{x, 1 - N_{A'}(x), N_{A'}(x)\} \\ x \in X \end{cases}. \tag{7}$$

Очевидно, что для A-IFS равенство (7) не выполняется, т.к. операторы в данном случае не дают одинаковых результатов. Эти два оператора распространяются на другие операторы модального типа, которые не имеют аналогов в теории нечетких множеств оцениваемых интервальным значением (IVFS: Interval-Valued Fuzzy Sets).

Первая группа расширенных модальных операторов, а также вторая группа, которая выводится непосредственно из первой [7, 8], включает в себя следующие функции (рис. 1):

$$\begin{cases} \begin{cases} D_\alpha(A) = \{x, M_A(x) + \alpha \cdot HM_A(x), N_A(x) + (1-\alpha) \cdot HM_A(x)\} \\ F_{\alpha,\beta}(A) = \{x, M_A(x) + \alpha \cdot HM_A(x), N_A(x) + \beta \cdot HM_A(x)\} \\ G_{\alpha,\beta}(A) = \{x, \alpha \cdot M_A(x), \beta \cdot N_A(x)\} \\ H_{\alpha,\beta}(A) = \{x, \alpha \cdot M_A(x), N_A(x) + \beta \cdot HM_A(x)\} \\ H^*_{\alpha,\beta}(A) = \{x, \alpha \cdot M_A(x), N_A(x) + \beta \cdot (1 - \alpha \cdot HM_A(x) - N_A(x))\} \\ J_{\alpha,\beta}(A) = \{x, M_A(x) + \alpha \cdot HM_A(x), \beta \cdot N_A(x)\} \\ J^*_{\alpha,\beta}(A) = \{x, M_A(x) + \alpha \cdot (1 - HM_A(x) - \beta \cdot N_A(x)), \beta \cdot N_A(x)\} \end{cases} \\ x \in X \\ \alpha + \beta \leq 1 \end{cases}. \tag{8}$$

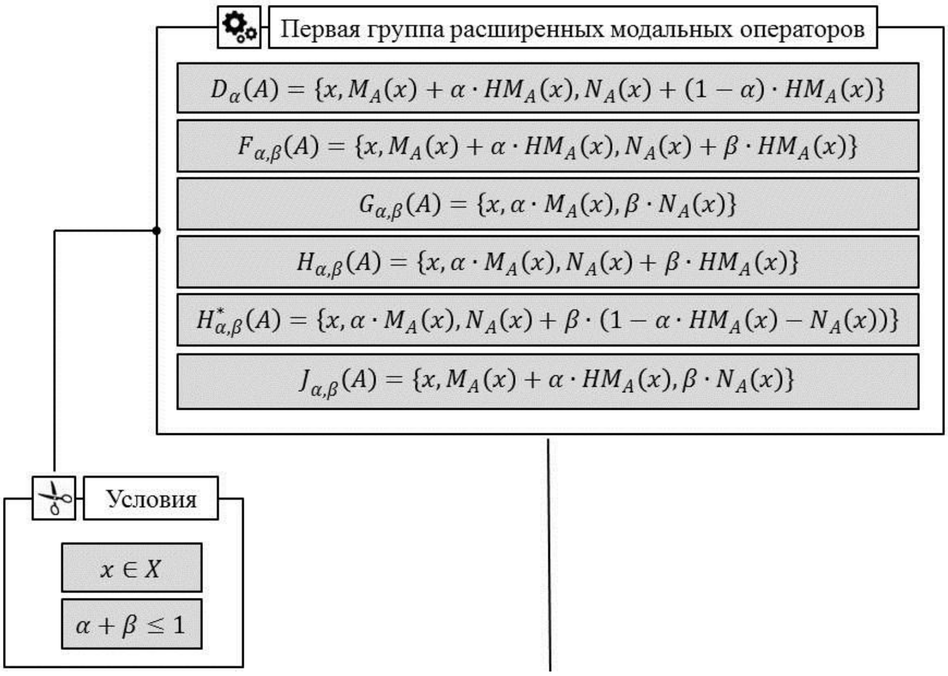
Где вторая группа функций, описывается как:

$$\begin{cases} d_\alpha(A) = \{x, N_A(x) + \alpha \cdot HM_A(x), M_A(x) + (1-\alpha) \cdot HM_A(x)\} \\ f_{\alpha,\beta}(A) = \{x, N_A(x) + \alpha \cdot HM_A(x), M_A(x) + \beta \cdot HM_A(x)\} \\ g_{\alpha,\beta}(A) = \{x, \alpha \cdot N_A(x), \beta \cdot M_A(x)\} \\ h_{\alpha,\beta}(A) = \{x, N_A(x), M_A(x) + \beta \cdot HM_A(x)\} \\ h^*_{\alpha,\beta}(A) = \{x, \alpha \cdot N_A(x), N_A(x) + \beta \cdot (1 - \alpha \cdot N_A(x) - M_A(x))\} \\ j(A) = \{x, N_A(x) + \alpha \cdot HM_A(x), \beta \cdot M_A(x)\} \\ j^*_{\alpha,\beta}(A) = \{x, N_A(x) + \alpha \cdot (1 - N_A(x) - \beta \cdot M_A(x)), \beta \cdot M_A(x)\} \\ P_{\alpha,\beta}(A) = \{x, max(\alpha, M_A(x)), min(\beta, N_A(x))\} \\ Q_{\alpha,\beta}(A) = \{x, min(\alpha, M_A(x)), max(\beta, N_A(x))\} \\ x \in X \\ \alpha + \beta \le 1 \end{cases} . \qquad (9)$$

Развитие подходов, которые основываются на A-IFS связано с применением топологических операторов, в частности оператора замыкания (closure operator) — C, а также функций K и L, которые данный оператор использует в качестве своих аргументов, и внутреннего оператора (interior operator) — I, а также функций k и l, которые данный оператор использует в качестве своих аргументов, которые должны быть связаны с базовыми модальными операторами.

Оператор замыкания определяется следующим образом:

$$\begin{cases} \begin{cases} C(A) = \{x, K, L\} \\ x \in E \end{cases} \\ \begin{cases} \begin{cases} K = max(M_A(y)) \\ y \in E \end{cases} \\ \begin{cases} L = min(N_A(y)) \\ y \in E \end{cases} \end{cases} \end{cases}, \qquad (10)$$



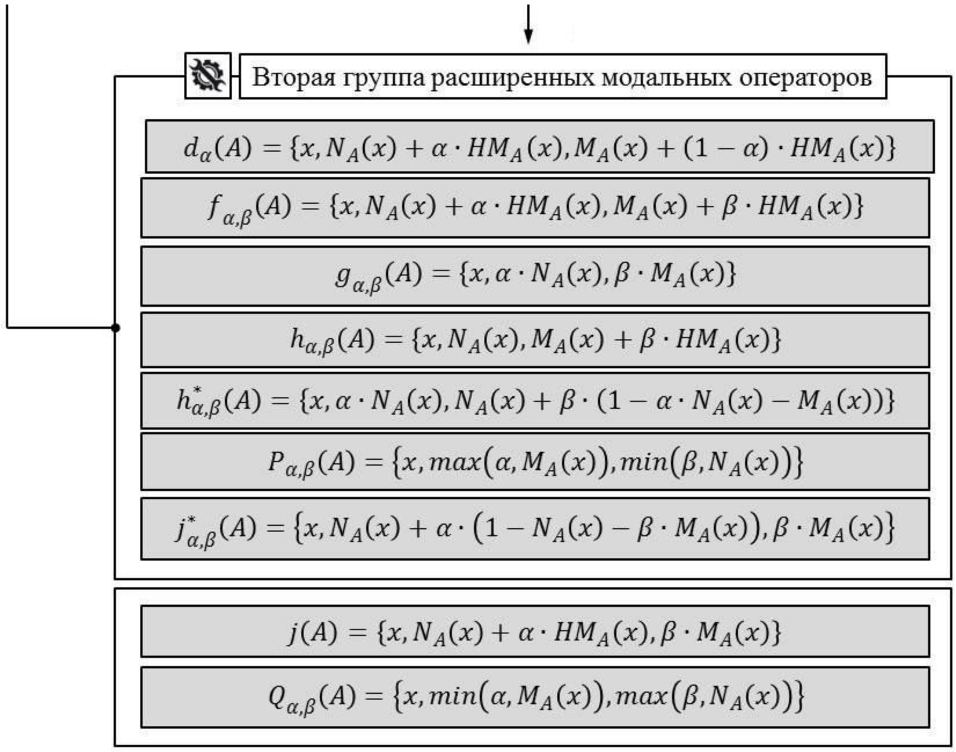


Рис. 1. Базовая схема расчета первой и второй групп расширенных модальных операторов

В то же время внутренний оператор может быть вычислен на основе следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} \begin{cases} I(A) = \{x, k, l\} \\ x \in E \end{cases} \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} k = min(M_A(y)) \\ y \in E \end{cases} \\ \begin{cases} l = max(N_A(y)) \\ y \in E \end{cases} \end{array} \right. \end{cases}, \tag{11}$$

Характерно, что так же, как и модальные операторы, топологические операторы не могут быть использованы в методах на базе IVFS. Помимо того, следует отметить, что, не смотря на то, что A-IFS, рассматривается как обобщение нечетких множеств, они, в свою очередь, тоже могут быть обобщены (рис. 2).

Рис. 2. Базовые подходы по обобщению нечетких множеств Атанасова.

Одним из обобщений A-IFS являются интуиционистские L-нечеткие множества (intuitionistic L-fuzzy sets), в которых значения функций M_A и N_A являются элементами некоторой фиксированной решетки L [9].Другим подходом является построение A-IFS второго типа, причем в рамках данного подхода на модальные операторы накладываются следующие ограничения:

$$0 \leq \left(M_A(x)\right)^2 + (N_A(x))^2 \leq 1\,. \tag{12}$$

Помимо этого для обобщеия A-IFS могут быть использованы темпоральные (temporal) A-IFS [10].

3. Представление интуиционистских нечетких множеств Атанасова в виде интервалов

С целью упрощения алгоритмов на основе A-IFS была разработана математическая модель, которая позволяет представлять данные нечеткие множества в виде интервалов:

$$A: [M(x), 1 - N(x)] \to [M(x), M(x) + HM(x)] \equiv [N(x), N(x) + HM(x)] \tag{13}$$

Данная форма представления позволяет рассматривать A-IFS через верхнюю и нижнюю границу интервала значений функции принадлежности без определения множества значений, которые может принимать функция непринадлежности.

Рассмотрим применение данного подхода на примере оценки эффективности работы алгоритма защиты информационного ресурса от потерь (DLP: Data Leak Prevention), который работает в рамках системы мониторинга центра обработки данных (ЦОД) и может быть соотнесен с аналогичными алгоритмами. Если эффективность работы алгоритма описывается через функцию *e*, то A-IFS можно представить как: $A: \{e, M(e), N(e), HM(e)\}$. При этом функция принадлежности M(e) определяет преимущества алгоритма, а функция непринадлежности $N(e)$, соответственно его недостатки. В свою очередь при интервальном представлении $HM(e)$ задает границы для функций $M(e)$ и $N(e)$ с учетом неравенства (4):

$$\begin{cases} [M_{min}(e), M_{max}(e)] = [M(e), M(e) + HM(e)] \\ [N_{min}(e), N_{max}(e)] = [N(e), N(e) + HM(e)] \\ 0 \le M(e) + N(e) \le 1 \end{cases}. \quad (14)$$

Таким образом, на основе предложенной интервальной формы представления A-IFS можно рассчитать значения для наилучшего, среднего и наихудшего варианта работы алгоритма – A_{max}, A_{av}, A_{min}, соответственно (рис. 3):

$$\begin{cases} A_{max}: \{e, M(e) + HM(e), N(E)\} \\ A_{av}: \left\{e, M(e) + \frac{HM(e)}{2}, N(E) + \frac{HM(e)}{2}\right\} \\ A_{min}: \{e, M(e), N(E) + HM(e)\} \end{cases}. \quad (15)$$

Таким образом, интервальное представление, на основе которого строятся алгоритмы, которые включают в себя три слагаемых, позволяет анализировать бóльшие объемы данных и на ее основе получать бóльшие объемы полезной информации.

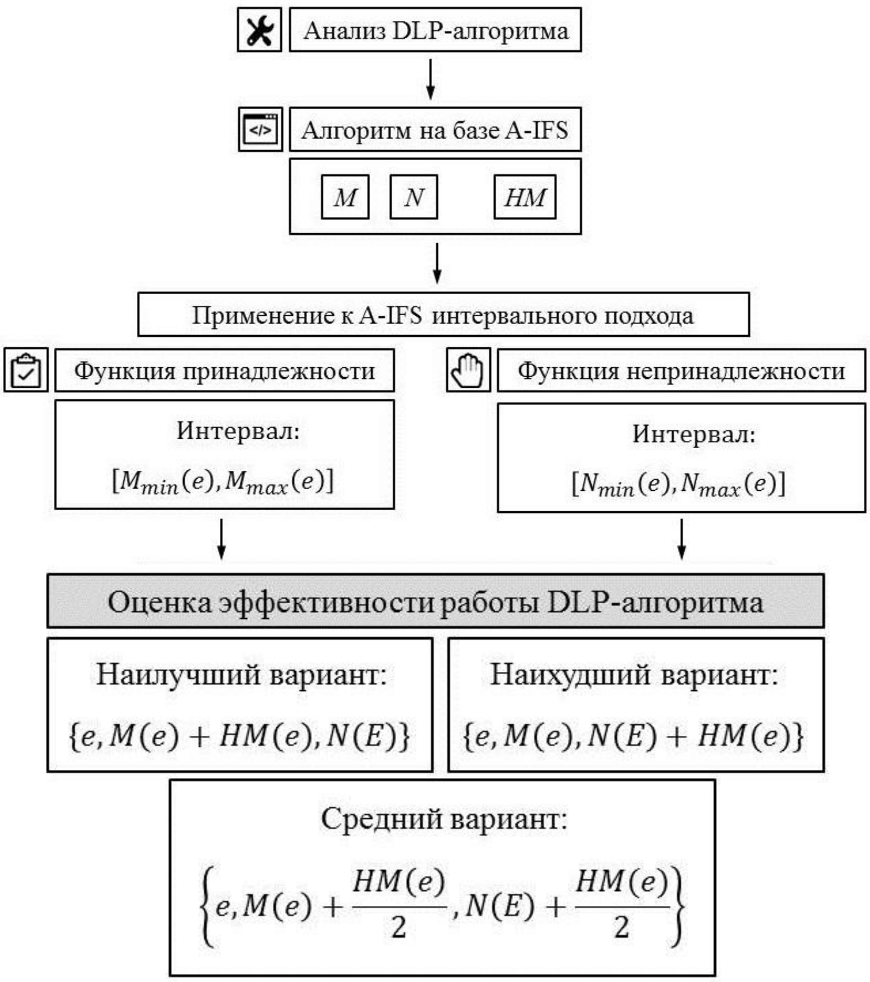


Рис. 3. Использование интервального подхода при работе с нечеткими множествами Атанасова

При этом наглядно демонстрируется необходимость уменьшить величину *HM* с целью уменьшения интервала и получения более точного результата с прогнозирования с минимальным разбросом.

Выводы

В результате проведенного анализа были рассмотрены базовые методы математического представления интуиционистских нечетких множеств Атанасова. Алгоритмы анализа наборов данных на базе интуиционистских нечетких множеств Атанасова были разделены на группы, которые включают в себя два слагаемых либо три слагаемых, среди которых уровень принадлежности, уровень непринадлежности и уровень достоверности. При этом были разработаны следующие алгоритмы:

1. базовая схема расчета первой и второй групп расширенных модальных операторов нечетких множеств Атанасова;
2. комплексная схема обобщения нечетких множеств Атанасова, которая включает в себя расширенные модальные операторы;
3. методология применения интервального подхода при работе с нечеткими множествами Атанасова.

Показано, что интервальное представление позволяет анализировать бóльшие объемы данных и в результате работы получать бóльшие объемы полезной информации.

Список литературы / References

1. *Atanassov K.T.* (2012) On Intuitionistic Fuzzy Sets Theory. Springer-Verlag.
2. *Szmidt E., Kacprzyk J.* (2000): Distances between intuitionistic fuzzy sets. Fuzzy Sets and Systems, 114 (3), 505–518.
3. *Szmidt E., Kacprzyk J.* (2001): Entropy for intuitionistic fuzzy sets. Fuzzy Sets and Systems, 118, Elsevier, 467–477.
4. *Szmidt E., Kacprzyk J.* (2006): Distances Between Intuitionistic Fuzzy Sets: Straightforward Approaches may not work.3rd International IEEE Conference Intelligent Systems IEEE IS'06, London, 716–721.
5. *Szmidt E. and Kacprzyk J.* (2007): Some problems with entropy measures for the Atanassov intuitionistic fuzzy sets. Applications of Fuzzy Sets Theory. LNAI 4578, Springer-Verlag, 291–297.
6. *Szmidt E. and Kacprzyk J.* (2007): A New Similarity Measure for Intuitionistic Fuzzy Sets: Straightforward Approaches may not work.2007 IEEE Conf. on Fuzzy Systems, 481–486.
7. *Atanassov K.T.* (2006) Intuitionistic fuzzy sets and interval valued fuzzy sets. First Int. Workshop on IFSs, GNs, KE, London, 6–7 Sept. 2006, 1–7.
8. *Szmidt, E.* (2014). Intuitionistic Fuzzy Sets as a Generalization of Fuzzy Sets. Distances and Similarities in Intuitionistic Fuzzy Sets Studies in Fuzziness and Soft Computing, 7-38. doi: 10.1007/978-3-319-01640-5_2.
9. *Lipscomb, S.L.* (2008). From 3-Web IFS to 3-Simplex IFS 3-Space and the 2-Sphere. Springer Monographs in Mathematics Fractals and Universal Spaces in Dimension Theory, 1-35. doi:10.1007/978-0-387-85494-6_14
10. *Atanassov, K.T.* (2012). Intuitionistic Fuzzy Relations (IFRs). On Intuitionistic Fuzzy Sets Theory Studies in Fuzziness and Soft Computing, 147-193.