АКСИОМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРИЧИННО-СЛЕДСТВЕННЫХ СВЯЗЕЙ

Белкин А.Э.[1], Бирюков Д.Р.[2] Email: Belkin645@scientifictext.ru

[1]Белкин Антон Эдуардович – бакалавр физико-математических наук;
[2]Бирюков Данила Русланович – бакалавр физико-математических наук,
кафедра прикладной математики и информатики,
Тульский государственный университет,
г. Тула

Аннотация: *в статье строится математическая модель причинно-следственных связей между событиями на основе теории множеств и теории графов. События рассматриваются как абстрактные математические объекты, элементы некоторого множества. Модель причинно-следственных связей представлена как орграф, вершины которого являются событиями, а дуги – их связями. Данный граф удовлетворяет определённым аксиомам, из которых выводятся некоторые простейшие следствия. Кроме указания данных следствий, поставлена задача о дополнении графа причинно-следственных связей новыми дугами, имеющая основное значение для дальнейших исследований.*
Ключевые слова: *событие, связь, причина, следствие, прошлое, будущее, граф, аксиома.*

AXIOMATIC MODEL OF CAUSE AND INVESTIGATION CONNECTIONS

Belkin A.E.[1], Birjukov D.R.[2]

[1]Belkin Anton Eduardovich – Bachelor of physics and mathematics;
[2]Birjukov Danila Ruslanovich – Bachelor of physics and mathematics,
DEPARTMENT OF APPLIED MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE
TULA STATE UNIVERSITY,
TULA

Abstract: *the article constructs a mathematical model of cause-effect relationships between events with the help of set theory and graph theory. Events are considered as abstract mathematical objects, elements of a certain set. The model of cause-effect relationships is presented as an oriented graph, the peaks of which are events, and the arcs are their connections. This graph satisfies certain axioms, from which some simple corollaries are deduced. In addition to indicating these consequences, the task is to add a graph of cause-effect relations to new arcs, which is of primary importance for further research.*
Keywords: *event, relation, cause, effect, past, future, graph, axiom.*

УДК 51-71

В данной статье предпринимается попытка построения математической модели причинно-следственных связей. Хотя вся ниже описанная теория формулируется на математическом, абстрактном, языке, она позволяет со строгой логической точки зрения взглянуть на вопрос о нарушении причинно-следственных связей при влиянии событий друг на друга. Данное исследование также позволяет ввести ограничения на путешествия во времени, используя лишь логические рассуждения, а не физические теории.

Математическую модель причинно-следственных связей можно построить различными способами, к примеру, можно сделать её дискретной или непрерывной. Для наглядности рассмотрим более простую, дискретную, модель. Её можно построить с помощью теории графов.

Пусть дано некоторое непустое множество M, называемое **множеством событий**. Элементы M, соответственно, называются **событиями** (иногда будем именовать их просто точками). Пусть L – некоторое подмножество M^2, то есть множество дуг ориентированного графа (M, L) $[2, 3]$. Тот факт, что $(a, b) \in L$, будем обозначать $a \to b$. В запись $a \to b$ вкладывается тот смысл, что событие b является **следствием** события a, в то время как a называется **причиной** события b. Заметим, что любое событие может иметь несколько причин и следствий. Дугу $(a, b) \in L$ будем называть связью между событиями a и b. Пара $G = (M, L)$ является графом $[2, 3]$. Граф G будем называть **причинно-следственным графом** (**ПС-графом**), если выполнены следующие 4 аксиомы:

Аксиома 1 (аксиома непустоты): существует по крайней мере одно событие: $M \neq \emptyset$

Аксиома 2 (аксиома порядка): отношение $\to$ является отношением строгого порядка, то есть оно антирефлексивно и транзитивно (из этих двух свойств также сразу следует антисимметричность). Аксиома порядка эквивалентна совокупности фактов: 1) событие не может быть своей же причиной; 2) если событие a влияет на b, а b – на c, то a влияет на c.

Аксиома 3 (аксиома прошлого): $\forall a \in M: \exists b \in M: (b, a) \in L$. Грубо говоря, аксиома прошлого утверждает тот факт, что у любого события есть причина.

Аксиома 4 (аксиома будущего): $\forall a \in M: \exists b \in M: (a, b) \in L$. Аналогично, данная аксиома утверждает существование следствия любого события.

Все аксиомы ПС-графа интуитивно понятны и соответствуют логике причинно-следственных связей.

Несмотря на то, что в начале статьи упомянута дискретность данной модели, аксиомы ПС-графа допускают практически любую структуру множества событий M: вполне допускается, что оно является непрерывным и имеет сколь угодно большую мощность. Замечание: из аксиом ПС-графа следует, что M не может быть конечным. Ещё одной особенностью моделирования причинно-следственных связей с помощью ПС-графа является то, что он не учитывает пространственно-временные свойства событий. Каждое событие (которое на самом деле в каждой системе отсчёта имеет пространственные и временные координаты) рассматривается как некоторый абстрактный математический объект и представляет собой просто вершину орграфа.

Введём ещё несколько определений. Пусть (M, L) – ПС-граф, $a \in M$ – событие. Множество $\mathrm{P}(a) = \{b \in M: b \to a\}$ будем называть **прошлым** события a, множество $\mathrm{F}(a) = \{b \in M: a \to b\}$ – **будущим** события a. Интуитивно понятно, что прошлое – это совокупность всех событий, повлиявших на a, будущее – это совокупность всех событий, на которые повлияло a. Заметим, что понятия прошлого и будущего в данной интерпретации не требуют использования категории времени. Используя данные определения, можно сформулировать несколько важных утверждений, которые прямо следуют из аксиом ПС-графа:

Утверждение 1. Любое событие имеет непустые прошлое и будущее, причём каждое из данных множеств не менее чем счётно.

Утверждение 2. Прошлое и будущее любого события не пересекаются и не включают само это событие:

$$\forall a \in M: \quad \mathrm{P}(a) \cap \mathrm{F}(a) = \emptyset, \;\; a \in M \backslash (\mathrm{P}(a) \cup \mathrm{F}(a))$$

Утверждение 3. Каждая точка прошлого конкретного события влияет на каждую точку его будущего:

$$\forall a \in M: \quad \forall b \in \mathrm{P}(a), c \in \mathrm{F}(a): \;\; b \to c$$

Утверждение 4. Никакая точка будущего конкретного события не влияет ни на одну точку прошлого этого события:

$$\forall a \in M: \quad \forall c \in \mathrm{F}(a): \;\; \nexists b \in \mathrm{P}(a): \;\; c \to b$$

Утверждение 4 фактически запрещает всякое влияние будущего на прошлое, делая невозможным «перемещение назад во времени» (термин «время» здесь употреблён условно, имеется в виду перемещение из события, на которое повлияло a, в событие, которое повлияло на a).

Описанная выше аксиоматическая модель ПС-графа допускает многие конструкции, известные из рассуждений о структуре пространства-времени. К примеру, допускаются альтернативные варианты будущего: пусть $a \in M, c_1 \in \mathrm{F}(a), c_2 \in \mathrm{F}(a)$. Если $\mathrm{F}(c_1) \cap \mathrm{F}(c_2) = \emptyset$, то события этих «вариантов будущего» никак не влияют друг на друга и могут интерпретироваться как независимые варианты развития события a.

Причинно-следственный граф как математическая модель описывает статичное пространство-время, то есть содержит все события, которые когда-либо произошли в описываемой моделью Вселенной, а также все их связи. Однако, интерес представляет как раз вопрос о дополнении причинно-следственного графа новыми событиями и связями. Дополнение графа новой связью интерпретируется следующим образом: предположим, что некоторый абстрактный объект X участвовал в событии $a \in M$, а некоторое событие $b \in M$ не входит в $\mathrm{F}(a)$. В данном варианте Вселенной объект X после участия в a не сумел повлиять на событие b. Если же дополнить граф связью $a \to b$, то это означает, что в новом варианте Вселенной объект X либо смог повлиять на b, либо участвовал в нём.

Основной вопрос заключается в возможности такого дополнения графа, в связи с чем ставится задача, которая математически формулируется следующим образом: пусть $G = (M, L)$ – причинно-следственный граф. Рассматриваются некоторые множества $\widetilde{M}, \widetilde{L}$ (где $\widetilde{L}$ – подмножество $\left(M \cup \widetilde{M}\right)^2$, $M \cap \widetilde{M} = \emptyset, L \cap \widetilde{L} = \emptyset$). Требуется определить, является ли $\widetilde{G} = \left(M \cup \widetilde{M}, L \cup \widetilde{L}\right)$ причинно-следственным графом. Также возможна расширенная задача, в которой требуется определить, каким условиям должны удовлетворять $\widetilde{M}$ и $\widetilde{L}$, чтобы $\widetilde{G}$ был ПС-графом.

Некоторые частные случаи поставленной задачи решаются очень легко. К примеру, нельзя дополнить ПС-граф дугой, идущей из будущего некоторого события в её прошлое (это следует из утверждения 4). Но для событий a и b таких, что $\mathrm{F}(a) \cap \mathrm{F}(b) = \emptyset$, любые точки $c \in \mathrm{F}(a), d \in \mathrm{F}(b)$ можно соединить дугой (причём эту дугу можно интерпретировать как перемещение между альтернативными Вселенными). Можно привести и другие примеры частных решений задачи, но общее решение требует глубокого анализа, который должен использовать аппарат дискретной математики, в особенности теории графов.

Таким образом, вышепроведённые рассуждения показывают, что аксиоматическая модель причинно-следственных связей обладает большим потенциалом для исследований такого понятия, как событие, с абстрактной, логической точки зрения.

Список литературы / References

1. *Бурбаки Н.* Теория множеств. М.: Мир, 1965. 456 с.
2. *Акимов О.Е.* Дискретная математика. Логика. Группы. Графы. М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001. 352 с.
3. *Карпов Д.В.* Теория графов. СПб.: Санкт-Петербургское отделение Мат. института им. В.А. Стеклова РАН, 2017. 482 с.