Аттракторный подход к исследованию изменчивости уровня Баренцева моря
Шилов И. О.

Шилов Игорь Олегович / Shilov Igor Olegovich - кандидат географических наук, доцент,
кафедра океанологии,
Санкт-Петербургский государственный университет, г. Санкт-Петербург

Аннотация: *в статье предлагается подход, базирующийся на теории нелинейных динамических систем для исследования особенностей изменчивости альтиметрического уровня Баренцева моря.*
Ключевые слова: *Баренцево море, спутниковая информация, альтиметрический уровень моря, теория нелинейных динамических систем, аттрактор изменчивости.*

В последнее время все большее число исследований обнаруживают сложное поведение в системе океан-атмосфера, сочетающее в себе признаки детерминированной и хаотической динамики [1, 6]. При всей её сложности и отличии от других систем различной природы (физических, технических, биологических, социальных), она характеризуется общими признаками, среди которых определяющими являются открытость, диссипативность и нелинейность [5]. Указанные особенности позволяют отнести процессы, происходящие в океане, к классу *диссипативных нелинейных динамических систем*.

Временные ряды, порождаемые диссипативными динамическими системами, зачастую демонстрируют стремление системы выйти на определенный режим функционирования, который проявляется в виде аттрактора (или "странного аттрактора", в более сложном случае) в фазовом пространстве.

Изучение формирования аттракторов океанологических процессов и их свойств позволит выявить соотношение детерминированной и хаотичной динамики, исследовать роль *нелинейности* (на основе исследования особенностей *фазового пространства* и *фазового портрета),* выявить возможности перехода системы на новые режимы функционирования (посредством исследования точек бифуркаций), что важно с точки зрения не только диагноза, но и прогноза процесса.

Основные математические подходы к исследованию свойств аттракторов развиты в теории нелинейных динамических систем и фрактальных множеств [3]. Они представляют широкий набор методов, включая восстановление аттрактора в фазовом пространстве, вычисление показателей Ляпунова, обобщенных размерностей и энтропий. Возможность и эффективность исследования формирования и эволюции пространственных структур, с одной стороны, и порождаемых ими временных рядов, с другой стороны на основе аттракторного подхода, использующего методы нелинейной динамики, применительно к гидрометеорологическим процессам продемонстрирована в работе [7].

В настоящей работе предлагаемый подход, базирующийся на теории нелинейных динамических систем, применялся для исследования особенностей фазового пространства и фазовых портретов изменчивости уровня Баренцева моря, полученных на основе спутниковой альтиметрической информации.

Альтиметрическая информация представлена временными рядами с дискретностью 7 суток и продолжительностью 9 лет: с 1992 по 2011 гг., которые подготовлены на основе спутниковых полей уровня, публикуемых в Интернете в рамках международного проекта AVISO [9]. Временные ряды отклонений уровня сформированы в узлах одноградусной сетки для всей акватории Баренцева моря.

Анализ функции спектральной плотности, рассчитанной в стационарном приближении, свидетельствует о полимодальности рассматриваемого процесса. Характерной чертой спектров является доминирование сезонных колебаний с периодом 12 месяцев. Наряду с годовым ритмом также хорошо выражены полугодовые колебания. В некоторых случаях спектры имеют полимодальный вид, характеризующийся наличием субгармоник годового цикла более высокого порядка. В высокочастотной области (на масштабах меньше сезонных колебаний) спектры имеют вид, соответствующий "цветному" шуму.

Указанные особенности функций спектральной плотности предопределяют сложный характер фазовой картины исследуемого процесса, сочетающего детерминированную и хаотическую составляющие. Временные ряды, соответственно, можно рассматривать, как реализации *маломодовой нелинейной динамической системы с хаосом*.

Для построения фазовой картины (реконструкции фазовой траектории) динамической системы, порождающей исследуемые временные ряды, использовалась процедура вложения. Основанием для такого подхода является теорема Такенса, в которой была доказана возможность восстановления (реконструкции) фазового портрета аттрактора по временному ряду [10]. *Внедренная размерность* $\boldsymbol{m}$ и *время задержки* τ – это параметры, необходимые для корректной реконструкции аттрактора.

На основе расчета корреляционной функции и функции средней взаимной информации определено оптимальное время задержки, для корректной реконструкции аттрактора.

Для оценки внедренной размерности ***m*** использовались два подхода: первый, состоит в нахождении ближайших “ложных соседей” на траекториях аттрактора, второй – в вычислении корреляционной размерности (корреляционного интеграла), используя алгоритм Грассерберга-Прокаччиа и оценивая внедренную размерность с использованием *теоремы о вложении* (Мане) [2, 3]. Второй подход при оценке размерности фазового пространства по экспериментальным данным основан на вычислении *корреляционной размерности* D_2 через расчет *корреляционного интеграла* [2].

Размерности фазового пространства, полученные на основе корреляционного интеграла, исследуемых временных рядов лежат в интервале от 5 до 10. Тот факт, что размерность фазового пространства (***m***) превышает 3, свидетельствует о возможности возникновения хаотичной динамики.

На Рис. 1. представлен пример отображения реконструированного по временному ряду аттрактора на плоскость.

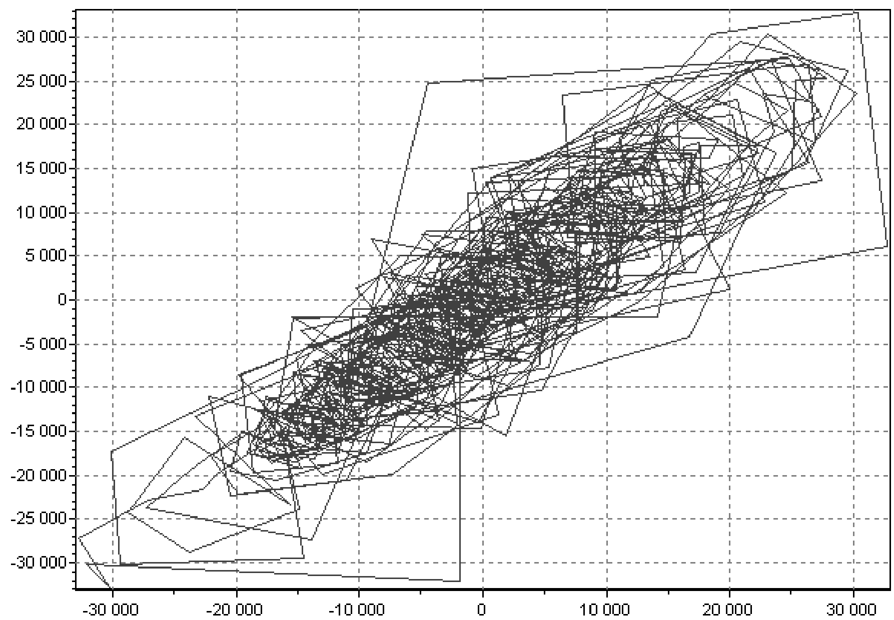

Рис. 1. Реконструкция аттрактора по временному ряду альтиметрического измерения уровня Баренцева моря в точке с координатами: 73^{0}с.ш., 26,99^{0}в.д.

Вид всех, рассчитанных по временным рядам альтиметрического уровня Баренцева моря, фазовых траекторий свидетельствует о формировании аттрактора (а не предельного цикла, как в случае чисто детерминированного сигнала). Сложно говорить об упорядоченности фазовой структуры. Возможно, это связано с высоким уровнем зашумленности сигнала, с одной стороны, и полицикличности процесса, приводящего к нелинейным взаимодействиям между модами колебаний, с другой.

Полученные оценки корреляционной размерности говорят о сложности реконструированных аттракторов, которые имеют дробную (фрактальную) размерность.

Более детально свойства аттрактора исследовались на основе использования таких характеристик как корреляционная энтропия и показатели (экспоненты) Ляпунова [2], что позволило оценить хаотичность временных рядов. Расчет корреляционной энтропии показал, что для всех временных рядов с ростом размерности фазового пространства ***m*** ее значения монотонно снижаются и стремятся к предельным значениям, которые характеризуют степень хаотичности исследуемого процесса. Полученные результаты свидетельствуют, что временные ряды находятся в режиме *странного аттрактора*, а присутствующий во временных рядах хаос является *слабо детерминированным*. Показатели Ляпунова были рассчитаны для различных размерностей фазового пространства, чтобы исследовать устойчивость полученных оценок.

Полученные положительные значения старшего показателя Ляпунова (λ_1) свидетельствуют о наличии хаотичности во всех исследуемых рядах. Величина размерности Каплан-Йорке подтверждает фрактальность фазового пространства.

Некоторые временные ряды демонстрировали гиперхаотичность. Об этом свидетельствуют положительные значения второго показателя Ляпунова. Наличие гиперхаотичности во временном ряде приводит к сложному виду фазовой траектории (хаотического аттрактора) в двухмерном пространстве.

Обобщая полученные результаты, следует отметить, что предлагаемый подход к анализу изменчивости уровня Берингова моря, базирующийся на теории нелинейных динамических систем, позволяет установить их динамическую сущность, которая состоит в сочетании детерминистического и хаотичного поведения. Изменчивость исследуемых временных рядов в большинстве случаев являет пример маломодовой хаотичной динамики.

Литература

1. *Дымников В. П., Лыкосов В. Н.* Проблемы моделирования климата и его изменений // Институт вычислительной математики РАН. М., 2003.
2. *Кузнецов С. П.* Динамический хаос (курс лекций). М.: Изд-во физико-математической литературы, 2001, 296 с.
3. *Малинецкий Г. Г., Потапов А. Б.* Современные проблемы нелинейной динамики. М., Изд. УРСС, 2000. 250 с.
4. *Пригожин И., Гленсдорф П.* Термодинамическая теория структур, устойчивости, флуктуаций // М.: Мир, 1973.
5. *Сеидов Д. Г.* Синергетика Океанских процессов // Л.: Гидрометиздат, 1989. 287 с.
6. *Хэнк А. Дийкстра* Нелинейная Физическая океанография // М., Ижевск, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2007. 680 с.
7. *Шилов И. О.* Аттракторный подход к изучению пространственно-временной изменчивости гидрометеорологических процессов и полей // Изв. РГО. Том 143. Вып.1, 2011. С. 49-67.
8. *Шустер Г.* Детерминированный хаос. М., Мир, 1988.
9. *AVISO/Altimetry*, “AVISO User Handbook for Merged TOPEX/POSEIDON products” // AVI-NT-02-101, Edition 3.0, 1996. [Electronic resource]. URL: http://www.aviso.oceanobs.com (date of access: 27.10.2016).
10. *Takens F.* Detecting strange attractors in turbulence // In Dynamical Systems and Turbulence, edited by D. A. Rand and L.-S. Young. Berlin: Springer, 1981. Pp. 366-381.