Фазовые искажения последовательности саморепродукций плоскопараллельной пластиной
Исманов Ю. Х.

Исманов Юсупжан Хакимжанович / Ismanov Yusupzhan Hakimzhanovich - кандидат физико-математических наук, доцент,
кафедра физики,
Кыргызский государственный университет строительства, транспорта и архитектуры им. Н. Исанова, г. Бишкек

Аннотация: *в работе рассмотрено влияние простейших фазовых неоднородностей на распределение саморепродукций одномерной линейной решетки. В качестве примера взята среда типа плоскопараллельная пластина.*

Ключевые слова: *фазовая среда, саморепродукция, плоскопараллельная пластина, показатель преломления, линейная решетка.*

В работе [1] рассмотрено влияние среды с линейной зависимостью показателя преломления на вид последовательности саморепродукций линейной решетки.

Однако часто сложные оптические неоднородности в среде могут быть представлены совокупностью пространственно-распределенных элементарных фазовых искажений типа плоскопараллельной пластины, оптического клина, линзы. Рассмотрим влияние неоднородности типа плоскопараллельной пластины на распределение поля за решеткой. Рассчитаем фазовые искажения m-й гармоники при прохождении через плоскопараллельную пластину толщиной ℓ с показателем преломления n, расположенную под углом α к оси OZ

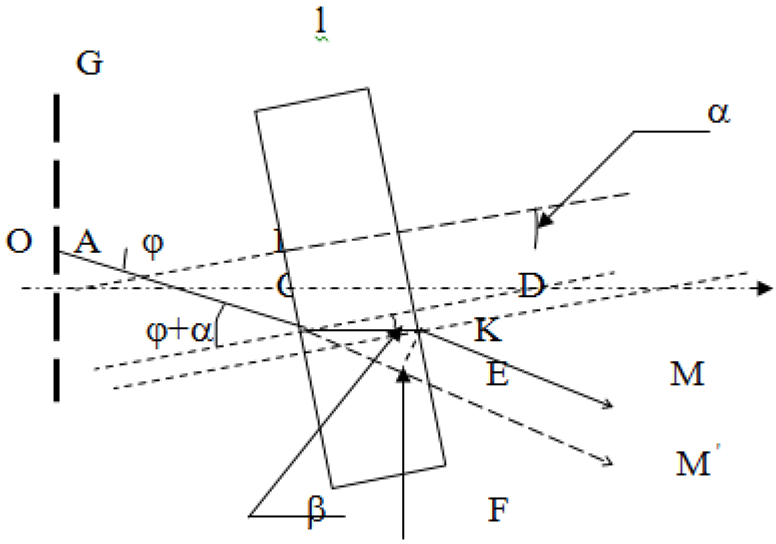

Рис. 1. Схема возникновения оптических искажений при прохождении световой волны сквозь плоскопараллельную пластину

m-я гармоника, возникающая после разложения световой волны на спектр плоских волн, и падающая на решетку G, распространяется в направлении, определяемым углом φ. Угол φ - это угол между направлением m-ой гармоники и осью OZ и равен он, согласно условию максимума при дифракции на решетке с периодом d волны длиной λ, $\varphi = \arcsin\frac{m\lambda}{d}$. Согласно рис. 1, волна, соответствующая m-ой гармонике, в отсутствии плоскопараллельной пластины распространяется вдоль прямой AM', а в присутствии пластины вдоль ломаной ACKM. Согласно рис. 1, угол падения луча на плоскость пластины равен $\varphi + \alpha$, угол преломления равен β. В соответствии с законом преломления света на границе двух сред:

$$\sin\beta = \frac{\sin(\varphi + \alpha)}{n} \qquad (1)$$

Оптическая разность хода, возникающая после помещения на пути луча плоскопараллельной пластины, равна, согласно рис 1:

$$\Delta S = nCK - CF \tag{2}$$

$$CK = \frac{\ell}{\cos\beta};\ CF = \frac{\ell}{\cos\beta}\cos(\varphi + \alpha - \beta) \tag{3}$$

Фазовые искажения для m-ой гармоники равны:

$$\varphi_p = k\Delta S = \frac{k\ell}{\cos\beta}[n - \cos(\varphi + \alpha - \beta)] \tag{4}$$

Рассмотрим φ_p в приближении малых углов, т. е. углы φ, α, β - малы. Для малых β $\cos\beta \approx 1$. Преобразуем $\cos(\varphi + \alpha - \beta)$.

$$\cos(\varphi + \alpha - \beta) = \cos(\varphi + \alpha)\cos\beta + \sin(\varphi + \alpha)\sin\beta$$

Для малых φ и α $\cos(\varphi + \alpha) \approx 1 - \frac{(\varphi + \alpha)^2}{2}$, $\quad \sin(\varphi + \alpha) \approx \varphi + \alpha$

Учтя (1) и то, что при малых β $\cos\beta \approx 1$, получим $\cos(\varphi + \alpha - \beta) \approx 1 - \frac{1}{2}\frac{(\varphi + \alpha)^2}{n}$. Окончательно выражение (4) преобразуется к виду $\varphi_p = k\ell[n - 1 + \frac{1}{2}(\varphi + \alpha)^2(1 - \frac{1}{n})]$ (5)

Поле на расстоянии z от плоскости решетки находим в соответствии с преобразованием Френеля

$$U(x, y, z) = \frac{1}{j\lambda(z - z_1)}\int\int_{-\infty}^{+\infty} U(x_1, y_1, z_1^+)\exp(j\varphi_p) \times$$
$$\times \exp\{j\frac{\pi}{\lambda(z - z_1)}[(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2]\}dx_1dy_1 \tag{6}$$

$U(x_1, y_1, z_1^+)$ - распределение поля сразу за объектом.

$$U(x, y, z) = \frac{1}{j\lambda(z - z_1)}\int_{-a}^{a}\int_{-a}^{a}\frac{1}{2}\exp[jk(z - z_1)\times$$
$$\times \sum_{m=-M}^{M} c_m \exp\{jk\ell[n - 1 + \frac{1}{2}(\frac{m\lambda}{d} + \alpha)^2(1 - \frac{1}{n})]\}\exp[j2\pi(\frac{x_1 m}{d} - \frac{m^2\lambda z_1}{2d^2})]\times$$
$$\times \exp\{j\frac{\pi}{\lambda(z - z_1)}[(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2]\}dx_1dy_1 \tag{7}$$

Выразим (7) через преобразование Фурье, причем координату положения объекта z_1 примем равной 0, что не меняет общности рассуждений

$$U(x, y, z) = \frac{1}{2j\lambda z}\exp\{jk[z + \ell[(n - 1) + \frac{\alpha^2}{2}(1 - \frac{1}{n}]]\}\exp[j\frac{\pi}{\lambda z}(x^2 + y^2)]\times$$
$$\times \sum_{m=-M}^{M} c_m \exp[jk\ell(\frac{1}{2}\frac{m^2\lambda^2}{d^2} + \frac{1}{2}\alpha^2)(1 - \frac{1}{n})]\times$$
$$\times \int_{-a}^{a}\int_{-a}^{a}\exp(j2\pi x_1 m/d)\exp[j\frac{\pi}{\lambda z}(x_1^2 + y_1^2)]\times$$
$$\times \exp[-j\frac{2\pi}{\lambda z}(x_1x + y_1y)]dx_1dy_1 \tag{8}$$

Проинтегрировав выражение (8), получим

$$U(x,y,z)=\frac{1}{2\lambda z}\exp\{jk[z+\ell[(n-1)+\frac{\alpha^2}{2}(1-\frac{1}{n})]]\}\sum_{m=-M}^{M}c_m\exp\{2\pi j[\frac{m}{d}[x+\alpha\ell\times$$

$$\times(1-\frac{1}{n})]-\frac{m^2\lambda}{2d^2}[z-\ell(1-\frac{1}{n})]]\} \qquad (9)$$

Из (9) видно, что плоскопараллельная пластина сдвигает плоскости воспроизведения саморепродукций на расстояние $\ell(1-\frac{1}{n})$ по оси Z и $\alpha\ell(1-\frac{1}{n})$ по оси X.

Расчеты проведены для случая когерентного освещения решетки. Учет влияния некогерентного освещения можно осуществить на основании результатов, приведенных в работе [2].

Литература

1. *Исманов Ю. Х.* Фазовые искажения решетки средой с линейной зависимостью показателя преломления // Проблемы современной науки и образования. 2016. № 3 (45). С. 19-23.
2. *Исманов Ю. Х.* Формирование расфокусированных изображений при некогерентном освещении // Проблемы современной науки и образования . 2016. № 3 (45). С. 23-26.