

# МЕТОДИКА РАСЧЕТА ЕМКОСТНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ ЗЕРНОВЫХ МАТЕРИАЛОВ

Кулуев Р.Р.<sup>1</sup>, Хусайдинова Д.И.<sup>2</sup> Email: Kuluyev6109@scientifictext.ru

<sup>1</sup>Кулуев Руслан Раисович – старший преподаватель;

<sup>2</sup>Хусайдинова Дурдона Исмоил кизи - студент,  
кафедра метрологии, стандартизации и сертификации,  
Ташкентский государственный технический университет,  
г. Ташкент, Республика Узбекистан

**Аннотация:** в статье анализируется зависимость емкости плоского или цилиндрического конденсатора при постоянных геометрических размерах (в области слабых полей) только от диэлектрической проницаемости среды, заполняющей конденсатор. Изменение диэлектрической проницаемости вызывает соответствующее изменение емкости датчика, что дает возможность определять качество исследуемой среды. Если среда двухфазна и известны диэлектрические свойства обеих составляющих смеси, то по емкости легко вычисляется объемное соотношение фаз. Этот метод, получивший название диэлектрического, используется в технике для контроля влажности различных технологических сред. Применение его обеспечивает во многих случаях достаточно высокую точность. Обратимся к источникам погрешностей измерения при диэлектрическом методе. Для расчета и измерения диэлектрической погрешности постоянной смеси используется несколько математических зависимостей, полученных авторами

**Ключевые слова:** измерение, емкость, погрешность, емкостной метод.

## CALCULATION TECHNIQUE OF CAPACITIVE CONVERTERS FOR MEASURING THE DIELECTRIC PERMEABILITY OF GRAIN MATERIALS

Kuluyev R.R.<sup>1</sup>, Husaydinova D.I.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Kuluyev Ruslan Raisovich - Senior Teacher;

<sup>2</sup>Husaydinova Durdoni Ismoil kizi - Student,  
DEPARTMENT OF METROLOGY, STANDARDIZATION AND CERTIFICATION,  
TASHKENT STATE TECHNICAL UNIVERSITY,  
TASHKENT, REPUBLIC OF UZBEKISTAN

**Abstract:** the article analyzes the capacitance of a flat or cylindrical capacitor with constant geometric dimensions depending (in the region of weak fields) only on the dielectric constant of the medium filling the capacitor. A change in the dielectric constant causes a corresponding change in the capacitance of the sensor, which makes it possible to determine the quality of the investigated medium. If the medium is two-phase and the dielectric properties of both components of the mixture are known, then the volumetric ratio of the phases can be easily calculated from the capacitance. This method, called dielectric, is used in technology to control the humidity of various technological environments. Its application provides in many cases a sufficiently high accuracy. Let us turn to the sources of measurement errors with the dielectric method. To calculate and measure the dielectric error of the constant mixture, several mathematical relationships obtained by the authors are used.

**Keywords:** measurement, capacitance, error, capacitive method.

УДК 621.372.061

В производственной и научно-исследовательской практике большое распространение получили емкостные преобразователи. Емкость плоского или цилиндрического конденсатора при постоянных геометрических размерах зависит (в области слабых полей) только от диэлектрической проницаемости среды, заполняющей конденсатор. Изменение диэлектрической проницаемости вызывает соответствующее изменение емкости датчика, что дает возможность определять качество исследуемой среды. Если среда двухфазна и известны диэлектрические свойства обеих составляющих смеси, то по емкости легко вычисляется объемное соотношение фаз. Этот метод, получивший название диэлектрического, используется в технике для контроля влажности различных технологических сред (зерна, почвы, товарной нефти, масел и др.) [1]. Применение его обеспечивает во многих случаях достаточно высокую точность.

Обратимся к источникам погрешностей измерения при диэлектрическом методе. Для расчета и измерения диэлектрической погрешности постоянной смеси используется несколько математических зависимостей, полученных различными авторами.

В частности, уравнение Максвелла, являющееся исходным и отображающее физические процессы в поле электрического конденсатора, после исключения вектора электрического смещения имеет вид [2]:

$$\operatorname{div} \bar{E} = \frac{1}{\varepsilon_0} (\rho - \operatorname{div} \bar{P}), \quad (1)$$

где  $\bar{E}$  - напряженность электрического поля;  $\varepsilon_0$  - диэлектрическая проницаемость вакуума;  $\rho$  - объемная плотность заряда;  $\bar{P}$  - вектор электрической поляризации, отражающий диэлектрические свойства среды.

Это уравнение справедливо только для однородного, гомогенного диэлектрика. Для гетерогенной среды  $\bar{P}$  вектор электрической поляризации является функцией координат. Если среда гетерогенна, то величина  $\bar{P}$ , а, следовательно, и диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon$ , с изменением координаты изменяются скачком. Функция, выражающая связь между векторами электрического смещения и напряженностью, может претерпевать разрыв, и емкость конденсатора датчика не может быть выражена через то же значение  $\varepsilon_{Cn}$ , что и для гомогенной смеси. Гетерогенность среды приводит к появлению внутреннего заряда в поле конденсатора, и, следовательно, его емкость зависит не только от состава смеси двух диэлектрических сред, но и от суммарной поверхности, разделяющей обе среды, т.е. от структуры контролируемого объекта.

Отсюда следует различать две возможные структуры воды в контролируемой среде: в виде чрезвычайно мелких капелек или частиц, равномерно распределенных по всему объему (квазиизотропная, гомогенная структура); в виде относительно крупных капелек воды.

Каждая из этих структур должна разделяться еще на две: с водой, проводимостью которой можно пренебречь; с водой относительно большой проводимости.

Существенное влияние в гетерогенном диэлектрике на диэлектрическую проницаемость смеси оказывает также проводимость неоднородных включений. Большинство предложенных различными исследователями формул для определения диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_{Cm}$  выведено именно для квазиизотропного диэлектрика с водой, проводимостью которой можно пренебречь. Таким образом, расхождение теоретических и практических данных вызвано влиянием структуры контролируемой среды на емкость диэлектрического датчика.

Другим источником расхождения может быть способ преобразования (или измерения) емкости датчика. При использовании, например, генераторного метода, при котором датчик входит в колебательный контур, частота генерируемых колебаний зависит не только от емкости, но и от потерь в контуре, в частности, от степени дисперсности воды и от ее проводимости.

Обратимся к влиянию проводимости воды на свойства диэлектрической среды, состав которой необходимо контролировать. В зависимости от электропроводности среды последняя может быть классифицирована либо как диэлектрик, либо как проводник, однако имеются среды, занимающие по электропроводности промежуточное положение. К таковым относятся, например, земля, вода. Решающее влияние на характер поведения этих сред в переменном электромагнитном поле приобретает частота колебаний.

В гармоническом переменном поле круговой частоты  $\omega$ , напряженность которого  $\bar{E}$  изменяется по закону

$$\bar{E} = \bar{E}_m(x, y, z) \cos \omega t, \quad (2)$$

определяя вектор плотности тока проводимости  $\bar{\delta}$  и производную по времени от вектора электрического смещения  $\bar{D}$  (ток смещения), получаем:

$$\begin{aligned} \bar{\delta} &= \partial \bar{E}_m(x, y, z) \cos \omega t; \\ \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} &= -\omega \varepsilon \bar{E}_m(x, y, z) \sin \omega t, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\partial$  - удельная проводимость.

Отношение амплитуд является параметром, определяющим поведение среды. Последняя рассматривается как диэлектрик, при отношении  $\partial / \omega \varepsilon \ll 1$ , и как проводник, если оно намного больше 1.

Проводимость воды зависит в основном от ее минерализации. В естественных условиях минерализация воды колеблется в широких пределах: от минерализации пресной воды (0,1 г/л (г/л)) до минерализации насыщенного раствора (234 г/л (г/л)) [3]. Соответственно удельная электропроводность

раствора поваренной соли (NaCl) при 18 °C равна  $2 \div 10^{-2}$  S/m (сим/м) и 20 S/m (сим/м). Определим частоту, при которой уже пресная вода должна рассматриваться как проводник.

Критическая частота, при которой среда занимает промежуточное положение и не может быть отнесена ни к диэлектрику, ни к проводнику, определяется из выражения

$$\delta / \varepsilon = \omega_{кр} = 2\pi f_{кр}. \quad (4)$$

Если учесть, что  $\varepsilon_B$  - относительная диэлектрическая проницаемость воды, равная 80, а  $\varepsilon_0$  - диэлектрическая проницаемость вакуума, равная  $8,85 \cdot 10^{-12}$  F/m (Ф/м), то, принимая во внимание значения удельной проводимости для пресной воды и ее диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_B^1$ :

$$\varepsilon_B^1 = \varepsilon_B \cdot \varepsilon_0 = 80 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} = 7,08 \cdot 10^{-10} \text{ F/m (Ф/м)},$$

получим

$$f_{кр} = 4,6 \cdot 10^{-6} \text{ Hz (Гц)}.$$

При частотах, намного больших критической, пресная вода ведет себя преимущественно как диэлектрик, а при частотах, намного меньших критической, - как проводник.

С ростом минерализации воды происходит сдвиг частоты  $f_{кр}$  в сторону увеличения. Следовательно, практически в природных условиях на частотах ниже  $(1 \div 2) \cdot 10^{-6}$  Hz (Гц) вода должна рассматриваться как проводник, для которого понятие диэлектрической проницаемости теряет смысл.

Используемые частоты [4] не превышают величины  $5 \cdot 10^5$  Hz (Гц). В работе [5] максимальная частота достигает  $10^7$  Hz (Гц). Для сильно минерализованной воды это значение все же намного ниже  $f_{кр}$ . Для пресной воды область частот  $10^6 - 10^7$  Hz (Гц) является промежуточной, где почти равнозначны как проводимость среды, так и ее диэлектрическая проницаемость. Теоретические исследования в промежуточной области затруднительны, и поэтому здесь нет формул, выражающих диэлектрическую проницаемость смеси в зависимости от количества и свойств ее составных частей.

Для определения диэлектрической проницаемости «материал – вода» в каждом конкретном случае в зависимости от структуры смеси должна решаться самостоятельная задача. При частотах, намного меньших критической, задача сводится к определению электрического смещения в поле датчика, заполненном по определенной схеме проводящими включениями – каплями воды, форма которых может быть принята сферической. Это достаточно сложно и сводится к решению уравнения Лапласа.

При изменении параметров материалов с переменной толщиной применение обычных двухсторонних датчиков с плоскопараллельными пластинами встречает большие затруднения, поскольку существенное влияние на результаты измерений оказывают колебания толщины контролируемого материала.

Для измерения диэлектрической проницаемости  $\varepsilon$  движущихся материалов с переменной толщиной необходим датчик, который создавал бы резко неоднородное поле, убывающее на расстояниях, значительно меньших, нежели толщина испытываемого материала.

Обратимся к методике расчета датчиков подобного типа.

Рассмотрим поле, создаваемое системой плоских металлических электродов шириной  $a$ , которые расположены в одной плоскости параллельно друг другу. Расстояние между электродами равно  $b$  (рис.1). Соседние электроды заряжены разноименно.

Предположим, что система электродов бесконечна в обе стороны и находится в вакууме.

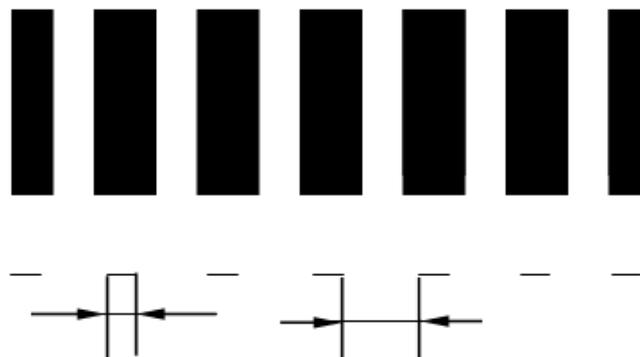


Рис. 1. Система плоских электродов емкостного датчика

Масштабом, характеризующим быстроту спада поля при удалении от плоскости электродов, является величина  $S = a + b$ . Точный расчет поля при произвольных  $a$  и  $b$  сложен. В то же самое время для

двух крайних случаев, существует упрощенное решение задачи, позволяющее с сделать вывод о характере спада поля в общем случае.

Проведем расчёт для случая 1. Пусть  $b=0$ ,  $a=S$ .

В плоскости, перпендикулярной к плоскости электродов, введем координаты  $x$  и  $y$  и будем считать, что  $x=ReZ$ ,  $y=ImZ$ , где  $Z=x+iy$ - комплексная переменная (рис. 2).

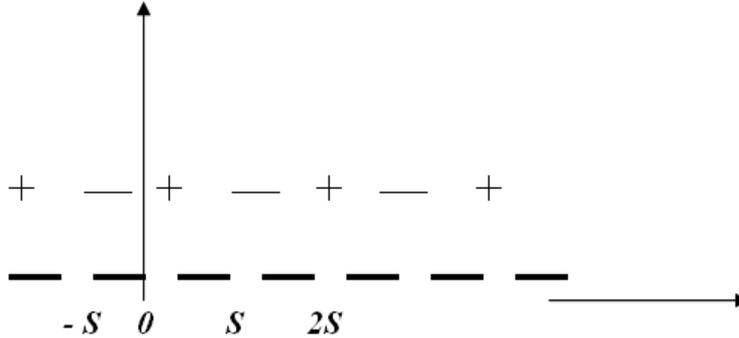


Рис. 2. Электростатическое поле при  $a=0$

Потенциал двумерного электростатического поля  $\varphi(x,y)$  можно рассматривать как

$$\varphi(x,y) = I_m f(z), \quad (5)$$

где  $f(z)$  - аналитическая функция.

В этой задаче  $f(z)$  не должна иметь особенностей вне вещественной оси. На самой оси должны выполняться условия:  $\varphi(x,y)=0$  для отрицательно заряженных пластин (будем считать их заземленными) и  $\varphi(x,y)=V$  для положительно заряженных пластин. Этим условиям удовлетворяет функция:

$$f(z) = \frac{v}{\pi} \ln \operatorname{tg} \frac{\pi z}{2S}. \quad (6)$$

В самом деле,  $\operatorname{tg} \frac{\pi z}{2S}$  имеет значение, равное нулю в точках  $z=2nS$  и равно бесконечности в точках  $z+(2n+1)S$ , где  $n$  - целое число. Когда точка  $x$  лежит на положительно заряженных пластинах

$$\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2S} > 0; I_m = \frac{V}{\pi} \ln \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2S} = 0 \quad (7)$$

В противном случае

$$\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2S} < 0; I_m = \ln \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2S} = U. \quad (8)$$

Можно показать, что

$$\varphi(x,y) = \operatorname{Im} \frac{U}{\pi} \ln \operatorname{tg} \frac{\pi z}{2S} = \frac{U}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{d}{c}, \quad (9)$$

где:  $C + id = \operatorname{tg} \frac{\pi z}{2S}$

и что

$$d = \frac{\sin \frac{\pi x}{2S} \cos \frac{\pi x}{2S}}{\cos^2 \frac{\pi x}{2S} \operatorname{ch}^2 \frac{\pi y}{2S} + \sin^2 \frac{\pi x}{2S} \operatorname{sh}^2 \frac{\pi y}{2S}}; \quad (10)$$

$$c = \frac{\operatorname{sh} \frac{\pi y}{2S} \operatorname{ch} \frac{\pi y}{2S}}{\cos^2 \frac{\pi x}{2S} \operatorname{ch}^2 \frac{\pi y}{2S} + \sin^2 \frac{\pi x}{2S} \operatorname{sh}^2 \frac{\pi y}{2S}}; \quad (11)$$

$$\varphi(x, y) = \frac{U}{n} \operatorname{arctg} \frac{\sin \frac{\pi x}{s}}{sh \frac{\pi y}{s}}. \quad (12)$$

Вдали от плоскости электродов, когда  $\frac{\pi y}{s} \gg 1$

$$\varphi(x, y) \cong \frac{U}{n} e^{-\pi y/s} \sin \frac{\pi x}{s}. \quad (13)$$

Из этого выражения видно, что вдали от плоскости электродов потенциал (а вместе с ним и напряженность электрического поля) убывают экспоненциально, затухая в  $e$  раз на расстоянии  $l=s/\pi$ .

Оценим поле вблизи плоскости электродов. Для этого выпишем выражение для напряженности поля

$$E_x = -\frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial x} = -\frac{U}{S} \cdot \frac{\cos \pi x / s \cdot sh \pi y / s}{\sin^2 \pi x / s + sh^2 \pi y / s}; \quad (14)$$

$$E_y = -\frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial y} = -\frac{U}{S} \frac{\sin \pi x / s \cdot sh \pi y / s}{\sin^2 \pi x / s + sh^2 \pi y / s}. \quad (15)$$

На нормалях к плоскости электродов, проведенных через линии контакта разноименных пластин, т.е. когда  $\sin \pi x / s = 0$

$$E_x = -\frac{U}{S} \cdot \frac{\cos \pi x / s}{sh \pi y / s} \approx -\frac{U}{S} \cos \pi x / s \left( \frac{s}{\pi y} \right) \quad (16)$$

при  $\pi y / s \ll 1$ . На большом расстоянии от линий контакта, когда  $\sin \frac{\pi x}{s} \approx 1$ , имеем:

$$E_x \approx -\frac{U}{S} \cdot \frac{\cos \pi x / s}{1 + (\pi y / s)}; E_y \approx \frac{U}{S} \cdot \frac{\pi y / s}{1 + (\pi y / s)^2}. \quad (17)$$

Проведем расчёт для случая 2. Пусть  $a=0, b=S$ .

Это означает, что имеем поле разноименно заряженных линейных проводов с зарядом  $\pm q$  на единицу длины. Как и в первом случае, ищем потенциал в виде  $\varphi(x, y) = I_m f(x)$ . Граничное условие требует, чтобы вблизи положительно заряженных проводов  $\varphi(x, y) = 2q \ln r$ , а вблизи отрицательно заряженных проводов  $\varphi(x, y) = 2q \ln r$ , где  $r$  - расстояние от провода

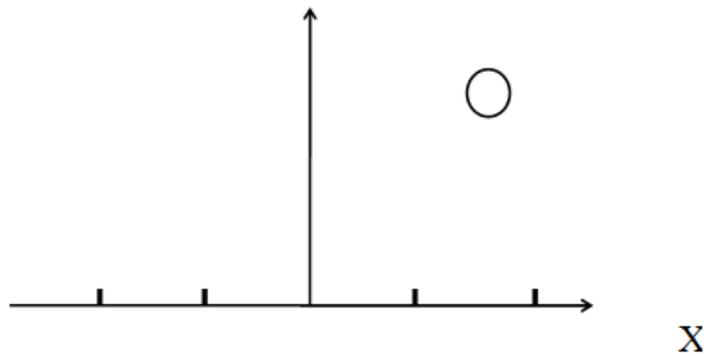


Рис. 3. Электростатическое поле при  $b=0$

Вне точек, изображающих провода,  $f(z)$  должна быть регулярной. Этим условиям удовлетворяет функция

$$f(z) = 2qi \ln \left( \operatorname{tg} \frac{\pi z}{2s} \right); \quad (18)$$

откуда

$$\begin{aligned} \varphi(x, y) &= 2q \ln \left| \operatorname{tg} \frac{\pi z}{2s} \right| = q \ln (c^2 + d^2) = \\ &= q \ln \frac{\sin^2 \frac{\pi x}{2s} \cos^2 \frac{\pi x}{2s} + sh^2 \frac{\pi y z}{2s} ch^2 \frac{\pi y}{2s}}{\left( \cos^2 \frac{\pi x}{2s} ch^2 \frac{\pi y}{2s} + \sin^2 \frac{\pi x}{2s} sh^2 \frac{\pi y}{2s} \right)^2}. \end{aligned} \quad (19)$$

Оценивая поле вдали от плоскости электродов  $\left( \frac{\pi y}{s} \gg 1 \right)$ , имеем:

$$\varphi(x, y) = q \left[ \frac{\sin^2 \frac{\pi x}{2s} \cos^2 \frac{\pi x}{2s} + sh^2 \frac{\pi y z}{2s} ch^2 \frac{\pi y}{2s}}{\left( \cos^2 \frac{\pi x}{2s} ch^2 \frac{\pi y}{2s} + \sin^2 \frac{\pi x}{2s} sh^2 \frac{\pi y}{2s} \right)} - 1 \right]^2 \approx q e^{-\frac{\pi y}{s}} \cos \frac{\pi x}{s}, \quad (20)$$

т.е., как и в первом случае, поле убывает экспоненциально.

Из приведенного анализа следует, что поле датчика с плоскими электродами вдали от плоскости электродов убывает по закону  $\exp\left(\frac{-\pi y}{s}\right)$ .

Следовательно, для измерения параметров (например,  $\varepsilon$  материала, толщина которого  $d$ ) требуется датчик с такими размерами электродов, чтобы  $S \ll d$ .

При этом поле в контролируемом материале не достигнет его поверхности и с точностью порядка  $\exp\left(\frac{-\pi d}{s}\right)$  будет таким же, как и для материала бесконечной толщины. Таким образом, пренебрегая зависимостью результатов измерений от толщины материала  $d$ , мы допустим ошибку порядка  $\exp\left(\frac{-\pi d}{s}\right)$ .

Следует отметить, что приведенные выше рекомендации практически осуществимы лишь при контроле материалов, обладающих достаточной толщиной.

#### Список литературы / References

1. Автоматизированный контроль и учет в производстве / Городон А.Э. и др. // Обзорная информация / М.. Вып. 3, 1987. 36 с.
2. Берлинер М.А., Иванов В.А. Характеристики влагомеров сверхвысоких частот // «Приборы и системы управления». № 3, 1967. С. 13-16.
3. Невельсон М.Б., Касминский Р.З. Стохастическая аппроксимация и рекуррентное оценивание. Изд-во «Наука». М., 1972. 182 с.
4. Медич Дж. Статистические оптимальные линейные оценки и управление. Изд-во «Энергия». М.: 1973. С. 440.
5. Данилин А.А. Измерение в технике СВЧ: Учебное пособие для вузов. М.: Радиотехника, 2008. 130 с.
6. Кулуев Р.Р. Современные интеллектуальные системы производства, хранения и переработки зернопродуктов. // Научно-методический журнал «Вестник науки и образования». № 2 (38). Москва, 2018. С. 17-21.
7. Матякубова П.Р., Кулуев Р.Р., Кадирова Д. Условия неопределенности: как фактор образования результата измерения // Научно-методический журнал «European Science». №10 (42). ISSN 2410-2865, 2018. С. 10-16.
8. Кулуев Р.Р., Матякубова П.Р. Индустрия 4.0 в современном направлении развития метрологии // Научно-методический журнал «Academy». № 3 (42) ISSN 2412-8236, 2019. С. 16-20.