СООТВЕТСТВУЕТ
ГОСТ 7.56-2002
СЕТЕВОЕ ИЗДАНИЕ
ISSN 2541-7851

№ 16 (94). Ч.2. АВГУСТ 2020

ВЕСТНИК НАУКИ И ОБРАЗОВАНИЯ

НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

РОСКОМНАДЗОР
ПИ № ФС 77-50633 • ЭЛ № ФС 77-58456

НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ «ВЕСТНИК НАУКИ И ОБРАЗОВАНИЯ» № 16 (94) Ч.2. 2020

PROBLEMS OF SCIENCE SCIENTIFIC PUBLISHING
ИЗДАТЕЛЬСТВО
ПРОБЛЕМЫ НАУКИ
ОСНОВАНО В 2009 ГОДУ

ИЗДАТЕЛЬСТВО «ПРОБЛЕМЫ НАУКИ»
HTTPS://SCIENCEPROBLEMS.RU
ЖУРНАЛ: HTTP://SCIENTIFICJOURNAL.RU

9 772312 808001

ISSN 2541-7851 (сетевое издание)

ВЕСТНИК НАУКИ И ОБРАЗОВАНИЯ

2020. № 16 (94). Часть 2

Москва
2020

ISSN 2541-7851 (сетевое издание)

Вестник науки и образования

2020. № 16 (94). Часть 2

Российский импакт-фактор: 3,58

НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР: Вальцев С.В.

Зам. главного редактора: Ефимова А.В.

Издается с 2014 года

ИЗДАТЕЛЬСТВО «Проблемы науки»

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор) Свидетельство Эл № ФС77-58456

Территория распространения: зарубежные страны, Российская Федерация

Свободная цена

Содержание

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

О СУЩЕСТВОВАНИИ СОБСТВЕННОГО ЗНАЧЕНИЯ ОДНОГО ДИСКРЕТНОГО ТРЕХЧАСТИЧНОГО МОДЕЛЬНОГО ОПЕРАТОРА

Расулов Т.Х.[1], Боймуродов С.И.[2] Email: Rasulov694@scientifictext.ru

[1]Расулов Тулкин Хусенович – кандидат физико-математических наук, доцент;
[2]Боймуродов Собир Иноятилло угли – студент,
кафедра математики, физико-математический факультет,
Бухарский государственный университет,
г. Бухара, Республика Узбекистан

Аннотация: *данная статья посвящена изучению существенного и дискретного спектров одного модельного оператора H_μ, где $\mu > 0$ параметр взаимодействия. Оно ассоциировано с системой трех частиц на одномерной решетке. Модельный оператор H_μ рассматривается как линейный, ограниченный и самосопряженный оператор в гильбертовом пространстве, состоящий из квадратично-интегрируемых симметричных функций, определенных на двумерном торе T^2. При всех значениях параметра взаимодействия μ доказывается существование единственного собственного значения данного модельного оператора H_μ.*

Ключевые слова: *модельный оператор, частица, решетка, тор, параметр взаимодействия, существенный спектр, собственное значение.*

ON THE EXISTENCE OF THE EIGENVALUE OF A DISCRET THREE-PARTICLE MODEL OPERATOR

Rasulov T.H.[1], Boymurodov S.I.[2]

[1]Rasulov Tulkin Husenovich – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Docent;
[2]Boymurodov Sobir Inoyatillo ugli – Student,
DEPARTMENT OF MATHEMATICS, FACULTY OF PHYSICS AND MATHEMATICS,
BUKHARA STATE UNIVERSITY,
BUKHARA, REPUBLIC OF UZBEKISTAN

УДК 517.984

Abstract: *present paper is devoted to the study of the essential and discrete spectrum of a model operator H_μ, where $\mu > 0$ is a coupling constant. It is associated with the system of three particles on the one-dimensional lattice. A model operator H_μ is considered as a linear, bounded and self-adjoint operator acting in the Hilbert space, consisting of the square-integrable symmetric functions defined on the two-dimensional torus T^2. For all values of the coupling constant μ we prove the existence of the unique eigenvalue of the model operator H_μ.*

Keywords: *model operator, particle, lattice, torus, coupling constant, essential spectrum, eigenvalue.*

Одним из важных вопросов в спектральном анализе модельных операторов, связанных с дискретными операторами Шредингера, является изучение собственных значений, лежащих вне существенного спектра [1 - 22]. Данная работа посвящена изучению существенного спектра и собственных значений одного модельного оператора, ассоциированного с системой трех частиц на одномерной решетке.

Пусть $L_2^{\mathrm{s}}(T^2)$ - гильбертово пространство квадратично-интегрируемых симметричных (комплекснозначных) функций, определенных на T^2.

В гильбертовом пространстве $L_2^{\mathrm{s}}(T^2)$ рассмотрим так называемый дискретный модельный оператор H_μ, действующий по формуле

$$H_\mu = H_0 - \mu V_1 - \mu V_2, \qquad (1)$$

где операторы H_0 и V_α, $\alpha = 1,2$, определяются как

$$(H_0 f)(x,y) = (u(x)+u(y)) f(x,y),\ f \in L_2^{\mathrm{s}}(T^2);$$

$$(V_1 f)(x,y) = \varphi(x)\int_{T^1} \varphi(t) f(t,y)\,dt,\ f \in L_2^{\mathrm{s}}(T^2);$$

$$(V_2 f)(x,y) = \varphi(y)\int_{T^1} \varphi(t) f(x,t)\,dt,\ f \in L_2^{\mathrm{s}}(T^2).$$

При этом $u(\cdot)$ и $\varphi(\cdot)$ - вещественнозначные аналитические функции на T^1.

В этих предположениях оператор H_μ, определенный по формуле (1), является ограниченным и самосопряженным в $L_2^{\mathrm{s}}(T^2)$.

Для формулировки основного результат работы наряду с дискретным модельным оператором H_μ, рассмотрим еще так называемую модель Фридрихса h_μ, действующую в гильбертовом пространстве $L_2(T^1)$ по формуле

$$h_\mu := h_0 - \mu v,$$

где операторы h_0 и v определяются как

$$(h_0 g)(x) = u(x) g(x),\ g \in L_2(T^1);$$

$$(vg)(x) = \varphi(y)\int_{T^1} \varphi(t) g(t)\,dt,\ g \in L_2(T^1).$$

Модель Фридрихса также является ограниченным и самосопряженным операторов в гильбертовом пространстве $L_2(T^1)$.

Очевидно, что по определению операторов H_μ и h_μ модельного оператора H_μ можно представить как тензорную сумму $H_\mu = h_\mu \otimes I + I \otimes h_\mu$. Здесь I означает единичный оператор в $L_2(T^1)$.

В данной работе будем изучать существенный спектр и собственные значения дискретного модельного оператора H_μ с помощью тензорной суммы операторов.

Оператор возмущения v оператора h_0 является самосопряженным оператором ранга 1. Согласно известной теореме Вейля о сохранении существенного спектра при конечномерных возмущениях вытекает, что существенный спектр $\sigma_{\text{ess}}(h_\mu)$ оператора h_μ совпадает с существенным спектром оператора h_0.

Известно, что $\sigma_{\text{ess}}(h_0)=[m,M]$, где числа m и M определяются равенствами

$$m:=\min_{x\in T^1} u(x), \quad M:=\max_{x\in T^1} u(x).$$

Из последних двух фактов следует, что $\sigma_{\text{ess}}(h_\mu)=[m,M]$

Всюду предположим, что функция $u(\cdot)$ имеет минимум в точках $x_k\in T^1$, $k=\overline{1,n}$, где n - натуральное число ($1\le n<\infty$). В качестве такой функции можно взять функцию вида

$$u(x)=1-\cos(3x).$$

Тогда функция $u(\cdot)$ имеет минимум в точках

$$x_1=0,\ x_2=\frac{2\pi}{3},\ x_3=-\frac{2\pi}{3}.$$

Описываем число и местонахождение собственных значений модели Фридрихса h_μ.

Лемма 1. а) Если $v(x_k)\ne 0$, $k=\overline{1,n}$, то при всех значениях параметра взаимодействия $\mu>0$ модель Фридрихса h_μ имеет единственное собственное значение E_μ, лежащее левее m.

б) При всех значениях параметра взаимодействия $\mu>0$ модель Фридрихса h_μ не имеет собственных значений, лежащих правее M .

Теперь сформулируем основной результат работы.

Теорема 1. а) Пусть $v(x_k)\ne 0$, $k=\overline{1,n}$. Тогда для существенного спектра оператора H_μ имеет место равенств.

$$\sigma_{\text{ess}}(H_\mu)=[2m,2M]\cup[m+E_\mu,M+E_\mu].$$

Кроме того, при всех значениях параметра взаимодействия $\mu>0$ модельный оператор H_μ имеет единственное собственное значение $2E_\mu$, т.е.

$\sigma_{\text{disc}}(H_\mu)=\{2E_\mu\}$, причем $E_\mu<m$.

б) При всех значениях параметра взаимодействия $\mu>0$ модельный оператор H_μ не имеет собственных значений, лежащих правее $2M$.

При доказательстве теоремы 1 ключевой роль играет лемма 1 и тензорная структура $H_\mu = h_\mu \otimes I + I \otimes h_\mu$ оператора H_μ.

Обычно множества $[m+E_\mu, M+E_\mu]$ и $[2m, 2M]$ называются соответственно двухчастичной и трехчастичной ветвями существенного спектра модельного оператора H_μ.

Можно также показать, что спектр оператора $H_0 - \mu V_1$ совпадает с существенным спектром оператора H_μ, т.е. $\sigma_{\text{ess}}(H_\mu) = \sigma(H_0 - \mu V_1)$. Видно, что оператор $H_0 - \mu V_1$ имеет более простую структуру, чем H_μ.

Список литературы / References

1. *Расулов Т.Х., Расулова З.Д.* Спектр одного трехчастичного модельного оператора на решетке с нелокальными потенциалами // Сибирские электронные математические известия. 12, 2015. С. 168-184.
2. *Расулов Т.Х., Мухитдинов Р.Т.* Конечность дискретного спектра модельного оператора, ассоциированного с системой трех частиц на решетке // Известия вузов. Математика. № 1, 2014. С. 61-70.
3. *Расулов Т.Х.* Структура существенного спектра модельного оператора, ассоциированного с системой трех частиц на решетке // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 26:2, 2012. С. 24-32.
4. *Расулов Т.Х.* Существенный спектр одного модельного оператора, ассоциированного с системой трех частиц на решетке // Теоретическая и математическая физика. 166:1, 2011. С. 95-109.
5. *Расулов Т.Х., Рахмонов А.А.* Уравнение Фаддеева и местоположение существенного спектра одного трехчастичного модельного оператора // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 23:2, 2011. С. 170-180.
6. *Расулов Т.Х.* Асимптотика дискретного спектра одного модельного оператора, ассоциированного с системой трех частиц на решетке // Теоретическая и математическая физика. 163:1, 2010. С. 34-44.
7. Аналог системы интегральных уравнений Фаддеева для трехчастичного модельного оператора // Учёные XXI века. 40:5-3, 2018. С. 14-15.
8. *Umirkulova G.H., Rasulov T.H.* Characteristic property of the Faddeev equation for three-particle model operator on a one-dimensional lattice // European science. 51:2, 2020. Часть II. С. 19-22.
9. *Kurbonov G.G., Rasulov T.H.* Essential and discrete spectrum of the three-particle model operator having tensor sum form. Academy. 55:4, 2020. С. 8-13.
10. *Rasulova Z.D.* Investigations of the essential spectrum of a model operator associated to a system of three particles on a lattice // J. Pure and App. Math.: Adv. Appl. 11:1, 2014. С. 37-41.
11. *Rasulova Z.D.* On the spectrum of a three-particle model operator // J. Math. Sci.: Adv. Appl. 25, 2014. С. 57-61.
12. *Muminov M.I., Rasulov T.H.* Universality of the discrete spectrum asymptotics of the three-particle Schrödinger operator on a lattice // Nanosystems: Physics, Chemistry, Mathematics. 6:2, 2015. С. 280-293.
13. *Rasulov T.H.* Number of eigenvalues of a three-particle lattice model Hamiltonian // Contemporary Anal. Appl. Mathematics. 2:2, 2014. С. 179-198.

14. *Rasulov T.H., Rasulova Z.D*. Essential and discrete spectrum of a three-particle lattice Hamiltonian with non-local potentials // Nanosystems: Physics, Chemistry, Mathematics. 5:3, 2014. C. 327-342.
15. *Расулов Т.Х.* Исследование спектра одного модельного оператора в пространстве Фока // Теорет. матем. физика. 161:2, 2009. С. 164-175.
16. *Расулов Т.Х.* Уравнение Фаддеева и местоположение существенного спектра модельного оператора нескольких частиц // Известия вузов. Математика. 12, 2008. С. 59-69.
17. *Muminov M.I, Rasulov T.H*. The Faddeev equation and essential spectrum of a Hamiltonian in Fock Space // Methods Funct. Anal. Topol. 17:1, 2011. C. 47-57.
18. *Muminov M.I., Rasulov T.H.* Infiniteness of the number of eigenvalues embedded in the essential spectrum of a 2x2 operator matrix // Eurasian Mathematical Journal. 5:2, 2014. C. 60-77.
19. *Muminov M.I., Rasulov T.H*. Embedded eigenvalues of an Hamiltonian in bosonic Fock space // Comm. in Mathematical Analysis. 17:1, 2014. C. 1-22.
20. *Muminov M.I., Rasulov T.H.* On the eigenvalues of a 2x2 block operator matrix // Opuscula Mathematica. 35:3, 2015. C. 369-393.
21. *Rasulov T.H.* On the finiteness of the discrete spectrum of a 3x3 operator matrix // Methods of Functional Analysis and Topology. 22:1, 2016. C. 48-61.
22. *Rasulov T.H.* The finiteness of the number of eigenvalues of an Hamiltonian in Fock space // Proceedings of IAM, 5:2, 2016. C. 156-174.
23. *Rasulov T.H.* Investigations of the essential spectrum of a Hamiltonian in Fock space // Appl. Math. Inf. Sci. 4:3, 2010. C. 395-412.

ДИСКРЕТНЫЕ И ПОРОГОВЫЕ СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ МОДЕЛИ ФРИДРИХСА С ДВУМЕРНЫМ ВОЗМУЩЕНИЕМ

Бахронов Б.И. Email: Bahronov694@scientifictext.ru

Бахронов Бекзод Ислом угли – преподаватель,
кафедра математика, физико-математический факультет,
Бухарский государственный университет, г. Бухара, Республика Узбекистан

Аннотация: *в настоящей статье рассматривается ограниченная самосопряженная модель Фридрихса H с двумерным возмущением в гильбертовом пространстве. Эта модель соответствует гамильтониановой системе двух квантовых решетчатых частиц. Описан существенный спектр и изучены число, кратность, а также местонахождение дискретных собственных значений модели Фридрихса H. Исследованы условия существования таких дискретных собственных значений и пороговых собственных значений модели Фридрихса H относительно параметра взаимодействия.*

Ключевые слова: *модель Фридрихса, возмущения, квантовая частица, параметр взаимодействия, кратность, пороговое собственное значение.*

DISCRETE AND THRESHOLD EIGENVALUES OF A FRIEDRICHS MODEL WITH RANK TWO PERTURBATION

Bahronov B.I.

Bahronov Bekzod Islom ugli – Teacher,
DEPARTMENT OF MATHEMATICS, FACULTY OF PHYSICS AND MATHEMATICS,
BUKHARA STATE UNIVERSITY, BUKHARA, REPUBLIC OF UZBEKISTAN

Abstract: *in the present paper in the Hilbert space a bounded self-adjoint Friedrichs model H with rank two perturbation is considered. This model corresponding to the Hamiltonian of the system of two quantum lattice particles. The essential spectrum is described and number, multiplicity, and also location of the eigenvalues of the Friedrichs model H are studied. An existence conditions of these discrete eigenvalues and the threshold eigenvalues of the Friedrichs model H are investigated with respect to the coupling constant.*

Keywords: *Friedrichs model, perturbation, quantum particle, coupling constant, multiplicity, threshold eigenvalue.*

УДК 517.958

Для $d \in N$ обозначим через $T^d := (-\pi, \pi]^d - d$-мерный тор, а через $L_2(T^d)$ – гильбертово пространство квадратично- интегрируемых (комплексно-значных) функций, определенных на T^d. Рассмотрим модель Фридрихса H, действующую в гильбертовом пространстве $L_2(T^d)$ по формуле

$$H := H_0 - V_1 + V_2, \qquad (1)$$

где операторы H_0 и V_α, $\alpha = 1,2$ определяются по формулам:

$$(H_0 f)(p) = u(p) f(p), \quad (V_\alpha f)(p) = \mu_\alpha \upsilon_\alpha(p) \int_{T^d} \upsilon_\alpha(t) f(t) dt, \quad \alpha = 1, 2.$$

Здесь $\mu_\alpha > 0, \alpha = 1,2$-параметр взаимодействия, $u(\cdot)$ и $v_\alpha(\cdot), \alpha = 1,2$-вещественнозначные, непрерывные функции на T^d.

Пользуясь элементами функционального анализа, легко можно проверить, что оператор H, определенный по формуле (1) и действующий в гильбертовом пространстве $L_2(T^d)$, является ограниченным и самосопряженным оператором.

Надо отметить, что оператор возмущения $-V_1+V_2$ оператора H_0 является самосопряженным оператором ранга 2. Поэтому из известной теоремы Г. Вейля о сохранении существенного спектра при возмущениях конечного ранга вытекает, что существенный спектр $\sigma_{ess}(H)$ оператора H совпадает с существенным спектром оператора H_0. Известно, что

$$\sigma(H_0)=\sigma_{ess}(H_0)=[E_1;E_2],$$

где числа E_1 и E_2 определяются по равенствам

$$E_1:=\min_{p\in T^d} u(p), \quad E_2:=\max_{p\in T^d} u(p).$$

Из последних двух фактов следует, что $\sigma_{ess}(H)=[E_1;E_2]$.

Пусть C - комплексная плоскость. При каждом $\mu_\alpha,\ \alpha=1,2$ определим регулярную в $C\setminus[E_1;E_2]$ функцию

$$\Delta(\mu_1,\mu_2,z):=\Delta_1(\mu_1,z)\Delta_2(\mu_2,z)+\mu_1\mu_2(\Delta_3(z))^2$$

(определитель Фредгольма, ассоциированный с оператором H), где

$$\Delta_\alpha(\mu_\alpha,z):=1+(-1)^\alpha\mu_\alpha\int_{T^d}\frac{\upsilon_\alpha^2(t)dt}{u(t)-z},\quad \alpha=1,2,\quad \Delta_3(z):=\int_{T^d}\frac{\upsilon_1(t)\upsilon_2(t)dt}{u(t)-z}.$$

Тогда простые рассуждение показывают, что

$$\sigma_{disc}(H)=\{z\in C\setminus[E_1;E_2]:\Delta(\mu_1,\mu_2,z)=0\}.$$

Рассмотрим также ограниченный и самосопряженный оператор $H_\alpha,\alpha=1,2$, действующий в гильбертовом пространстве $L_2(T^d)$ по формулам $H_1:=H_0-V_1$ и $H_2:=H_0+V_2$. В этом случае верно

$$\sigma_{disc}(H_\alpha)=\{z\in C\setminus[E_1;E_2]:\Delta_\alpha(\mu_\alpha,z)=0\},$$

Пусть $\mathrm{supp}\{v(\cdot)\}$ - носитель функции $v(\cdot)$ и $\mathrm{mes}(\Omega)$ - мера Лебега множества $\Omega\subset T^d$.

Следующий результат о числе собственных значений оператора H, а также устанавливает связь между собственными значениями оператора H и более простых операторов H_1 и H_2.

Теорема 1. А) Оператор H может иметь не более чем по одному простому собственному значению, лежащих левее E_1 и правее E_2.

Б) Если $\mathrm{mes}(\mathrm{supp}\{v_1(\cdot)\}\cap\mathrm{supp}\{v_2(\cdot)\})=\varnothing$, то число $z\in C\setminus[E_1;E_2]$ является собственным значением оператора H тогда и только тогда, когда число z является собственным значением хотя бы одного из операторов H_1 и H_2.

Положим

$$I_\alpha(z) := \int_{T^d} \frac{\upsilon_\alpha^2(t)dt}{u(t)-z}, \quad z \in R \setminus [E_1; E_2].$$

В случае $|I_\alpha(E_\alpha)| < +\infty, \alpha = 1,2$ положим $\mu_1^0 = (I_1(E_1))^{-1}$, $\mu_2^0 = -(I_2(E_2))^{-1}$.

В следующей теореме приведены условия существования собственных значений оператора H, а также определены их местоположения.

Теорема 2. Допустим, что $\text{mes}(\text{supp}\{v_1(\cdot)\} \cap \text{supp}\{v_2(\cdot)\}) = \varnothing$.

А) Если $I_1(E_1) = +\infty$ и $I_2(E_2) = -\infty$, то при всех значениях параметры $\mu_1 > 0$ и $\mu_2 > 0$ оператор H имеет по одному простому собственному значению, лежащих левее E_1 и правее E_2.

Б) Пусть $I_1(E_1) < +\infty$ и $|I_2(E_2)| < +\infty$.

Б1) При $0 < \mu_\alpha \le \mu_\alpha^0, \alpha = 1,2$ оператор H не имеет собственных значений, лежащих вне своего существенного спектра.

Б2) Если $0 < \mu_1 \le \mu_1^0$ и $\mu_2 > \mu_2^0$, то оператор H имеет единственное собственное значение e вне существенного спектра. Причем $e < E_1$.

Б3) Если $\mu_1 > \mu_1^0$ и $0 < \mu_2 \le \mu_2^0$, то оператор H имеет единственное собственное значение e вне существенного спектра. Причем $e > E_2$.

Б4) При $\mu_\alpha > \mu_\alpha^0, \alpha = 1,2$ оператор H имеет по одному простому собственному значению, лежащих левее E_1 и правее E_2.

Предположим, что $d = 3$, функция $u(\cdot)$ является аналитической на T^d и имеет единственный невырожденный минимум (максимум) в точке $p_1 \in T^d$ ($p_2 \in T^d$), а для $\alpha \in \{1,2\}$ функция $v_\alpha(\cdot)$ является аналитической в некоторой окрестности точки $p_\alpha \in T^d$.

Теорема 3. Пусть $\text{mes}(\text{supp}\{v_1(\cdot)\} \cap \text{supp}\{v_2(\cdot)\}) = \varnothing$ и $\alpha \in \{1,2\}$. Число $z = E_\alpha$ является собственным значением оператора H тогда и только тогда, когда $\mu_\alpha = \mu_\alpha^0$ и $v_\alpha(p_\alpha) = 0$.

Теоремы 1-3 играют важную роль при изучении местоположение и структуру двухчастичных и трехчастичных ветвей существенного спектра и при доказательстве конечности числа собственных значений модельного оператора трех частиц на решетке (см., например, [1 - 14]), а также матричных операторов, одно из диагональных элементов которого является модельный оператор трех частиц на решетке (см., например, [15 - 23]).

Список литературы / References

1. *Расулов Т.Х.* Структура существенного спектра модельного оператора, ассоциированного с системой трех частиц на решетке // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 26:2, 2012. С. 24-32.
2. *Расулов Т.Х.* Существенный спектр одного модельного оператора, ассоциированного с системой трех частиц на решетке // Теоретическая и математическая физика. 166:1, 2011. С. 95-109.
3. *Расулов Т.Х., Расулова З.Д.* Спектр одного трехчастичного модельного оператора на решетке с нелокальными потенциалами // Сибирские электронные математические известия. 12, 2015. С. 168-184.
4. *Расулов Т.Х., Мухитдинов Р.Т.* Конечность дискретного спектра модельного оператора, ассоциированного с системой трех частиц на решетке // Известия вузов. Математика. № 1, 2014. С. 61-70.
5. *Umirkulova G.H., Rasulov T.H.* Characteristic property of the Faddeev equation for three-particle model operator on a one-dimensional lattice // European science. 51:2, 2020. Часть II. С. 19-22.
6. *Расулов Т.Х., Рахмонов А.А.* Уравнение Фаддеева и местоположение существенного спектра одного трехчастичного модельного оператора // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 23:2, 2011. С. 170-180.
7. *Kurbonov G.G., Rasulov T.H.* Essential and discrete spectrum of the three-particle model operator having tensor sum form. Academy. 55:4, 2020. С. 8-13.
8. *Расулов Т.Х.* Асимптотика дискретного спектра одного модельного оператора, ассоциированного с системой трех частиц на решетке // Теоретическая и математическая физика. 163:1, 2010. С. 34-44.
9. *Умарова У.У.* Аналог системы интегральных уравнений Фаддеева для трехчастичного модельного оператора // Учёные XXI века. 40:5-3, 2018. С. 14-15.
10. *Rasulova Z.D.* Investigations of the essential spectrum of a model operator associated to a system of three particles on a lattice // J. Pure and App. Math.: Adv. Appl. 11:1, 2014. С. 37-41.
11. *Muminov M.I., Rasulov T.H.* Universality of the discrete spectrum asymptotics of the three-particle Schrödinger operator on a lattice // Nanosystems: Physics, Chemistry, Mathematics. 6:2, 2015. С. 280-293.
12. *Rasulova Z.D.* On the spectrum of a three-particle model operator // J. Math. Sci.: Adv. Appl. 25, 2014. С. 57-61.
13. *Rasulov T.H.* Number of eigenvalues of a three-particle lattice model Hamiltonian // Contem. Analysis and Appl. Mathematics. 2:2, 2014. С. 179-198.
14. *Rasulov T.H., Rasulova Z.D.* Essential and discrete spectrum of a three-particle lattice Hamiltonian with non-local potentials // Nanosystems: Physics, Chemistry, Mathematics. 5:3, 2014. С. 327-342.
15. *Muminov M.I, Rasulov T.H.* The Faddeev equation and essential spectrum of a Hamiltonian in Fock Space // Methods Funct. Anal. Topol. 17:1, 2011. С. 47-57.
16. *Muminov M.I., Rasulov T.H.* Infiniteness of the number of eigenvalues embedded in the essential spectrum of a 2x2 operator matrix // Eurasian Mathematical Journal. 5:2, 2014. С. 60-77.
17. *Расулов Т.Х.* Исследование спектра одного модельного оператора в пространстве Фока // Теорет. матем. физика. 161:2, 2009. С. 164-175.
18. *Расулов Т.Х.* Уравнение Фаддеева и местоположение существенного спектра модельного оператора нескольких частиц // Известия вузов. Математика. 12, 2008. С. 59-69.
19. *Muminov M.I., Rasulov T.H.* Embedded eigenvalues of an Hamiltonian in bosonic Fock space // Comm. in Mathematical Analysis. 17:1, 2014. С. 1-22.

20. *Muminov M.I., Rasulov T.H.* On the eigenvalues of a 2x2 block operator matrix // Opuscula Mathematica. 35:3, 2015. С. 369-393.
21. *Rasulov T.H.* On the finiteness of the discrete spectrum of a 3x3 operator matrix // Methods of Functional Analysis and Topology. 22:1, 2016. С. 48-61.
22. *Rasulov T.H.* The finiteness of the number of eigenvalues of an Hamiltonian in Fock space // Proceedings of IAM. 5:2 (2016. С. 156-174.
23. *Расулов Т.Х.* Исследование существенного спектра одного матричного оператора // Теоретическая и математическая физика. 164:1, 2010. С. 62-77.

ОЦЕНКИ ДЛЯ ГРАНЕЙ СУЩЕСТВЕННОГО СПЕКТРА МОДЕЛЬНОГО ОПЕРАТОРА ТРЕХ ЧАСТИЦ НА РЕШЕТКЕ

Умиркулова Г.Х. Email: Umirkulova694@scientifictext.ru

Умиркулова Гулхаё Хусниддин кизи – магистр,
кафедра математики, физико-математический факультет,
Бухарский государственный университет, г. Бухара, Республика Узбекистан

Аннотация: *в данной работе изучается модельный оператор H, ассоциированный с системой трёх частиц на одномерной решетке. Этот модель рассматривается как линейный, ограниченный и самосопряженный оператор в некотором комплексном гильбертовом пространстве. Найдено местоположение существенного спектра модельного оператора H, т.е. выделены двухчастичные и трехчастичные ветви существенного спектра оператора H. Построен аналог уравнения Фаддеева для собственных функций оператора H. Получены оценки для нижней и верхней граней существенного спектра оператора H.*

Ключевые слова: *модельный оператор, решетка, система трех частиц, нелокальный потенциал, существенный спектр, грань.*

ESTIMATES FOR THE BOUNDS OF ESSENTIAL SPECTRUM OF A THREE-PARTICLE MODEL OPERATOR ON A LATTICE

Umirkulova G.H.

Umirkulova Gulhayo Husniddin qizi – Master Student,
DEPARTMENT OF MATHEMATICS, FACULTY OF PHYSICS AND MATHEMATICS,
BUKHARA STATE UNIVERSITY, BUKHARA, REPUBLIC OF UZBEKISTAN

Abstract: *in the present paper a model operator H associated with the system of three particles on the one dimensional lattice is studied. This model is considered as a linear bounded and self-adjoint operator in some complex Hilbert space. The location of the essential spectrum of the model operator H is find, that is, two-particle and three particle branches of the essential spectrum of the model operator H are singled out. An analogue of the Faddeev equation for the eigenfunctions of the model operator H is constructed. The estimates for the lower and upper bounds of the essential spectrum of the model operator H is obtained.*

Keywords: *model operator, lattice, system of three particles, non-local potential, essential spectrum, bound.*

УДК 517.984

Существенный спектр модельных операторов трех частиц на решетки изучен во многих работах, см., например, [1-14]. А в работах [15-23] исследованы спектральные свойства, в частности, местоположение и структура существенного спектра матричных операторов, одно из диагональных элементов является дискретными модельными операторами трех частиц. В настоящей работе изучен модельный оператор H, ассоциированный с оператором энергии системы трех квантовых частиц на одномерной решетке и взаимодействующих с помощью нелокальных потенциалов. Такие потенциалы обычно возникает в модели на примесной решетке. При этом роль двухчастичного дискретного оператора Шредингера играет модель Фридрихса с одномерным возмущением. Заметим, что для периодического оператора нелокальные потенциалы представляют собой сумму локального потенциала и некоторого конечномерного оператора. Напомним, что для многочастичных гамильтонианов нелокальные потенциалы в импульсном представлении являются частично-интегральными операторами. Подчеркнем, что для таких гамильтонианов в том случае, когда ядро частичноинтегрального оператора является невырожденным, получено очень мало результатов. Исследованы грани существенного спектра оператора H .

Пусть T^1 - одномерный тор и $T^2 = T^1 \times T^1$ - декартово произведение. Через $L_2^s(T^2)$ обозначим гильбертово пространство квадратично интегрируемых, симметричных (комплекснозначных) функций, определенных на T^2 .

Рассмотрим модельный оператор H , действующий в гильбертовом пространстве $L_2^s(T^2)$ по формуле

$$(Hf)(x,y) = u(x,y)f(x,y) - \mu_1 v_1(x)\int_{T^1} v_1(t)f(t,y)dt - \mu_1 v_1(y)\int_{T^1} v_1(t)f(x,t)dt$$
$$-\mu_2\int_{T^1} v_2(t)f(t,x+y-t)dt \cdot$$

Здесь $\mu_\alpha, \alpha = 1,2$ положительные числа так называемые параметры взаимодействия, $v_\alpha(\cdot), \alpha = 1,2$ – вещественнозначные непрерывные функции на T^1 и $u(\cdot,\cdot)$ – вещественнозначная симметричная непрерывная функция на T^2. В этих предположениях используя инструменты функционального анализа можно показать, что оператор H является ограниченным и самосопряженным в гильбертовом пространстве $L_2^s(T^2)$.

Для формулировки основных результатов работы определим регулярную в $C \setminus [m;M]$ функцию

$$\Delta_1(x;z) := 1 - \mu_1\int_{T^1} \frac{v_1^2(t)dt}{u(x,t)-z};$$

$$\Delta_2(x;z) := 1 - \mu_2\int_{T^1} \frac{v_2(t)dt}{u(t,x-t)-z};$$

где числа m и M определяются равенствами

$$m := \min_{x,y\in T^1} u(x,y), \quad M := \max_{x,y\in T^1} u(x,y) \cdot$$

Через σ_α обозначим множество тех точек z, для которых $\Delta_\alpha(x;z) = 0$ хотя бы для одного $p \in T^1$. Пусть $L_2^{(2)}(T^1)$ – гильбертово пространство двухкомпонентных вектор-функций $(f_1, f_2): f_i \in L_2(T^1),\ i = 1,2$, т.е.

$$L_2^{(2)}(T^1) := \{(f_1, f_2): f_i \in L_2(T^1),\ i = 1,2\}.$$

При каждом $z \in C \setminus \{[m;M] \cup \sigma_1 \cup \sigma_2\}$ вводим блочно-операторную матрицу $T(z)$, действующую в гильбертовом пространстве $L_2^{(2)}(T^1)$ по формуле

$$T(z) := \begin{pmatrix} T_{11}(z) & T_{12}(z) \\ T_{21}(z) & 0 \end{pmatrix}.$$

Здесь операторы $T_{ij}(z): L_2(T^1) \to L_2(T^1),\ i,j = 1,2$ – интегральные операторы

$$(T_{11}(z)\varphi_1)(x) = \frac{\mu_1 v_1(x)}{\Delta_1(x;z)}\int_{T^1} \frac{v_1(t)\varphi_1(t)dt}{u(x,t)-z};$$

$$(T_{12}(z)\varphi_1)(x)=\frac{\mu_2}{\Delta_1(x;z)}\int_{T^1}\frac{v_1(t-x)\varphi_2(t)dt}{u(t,t-x)-z};$$

$$(T_{21}(z)\varphi_1)(x)=\frac{\mu_1}{\Delta_2(x;z)}\int_{T^1}\frac{v_1(x-t)(v_2(t)+v_2(x-t))\varphi_1(t)dt}{u(t,x-t)-z}.$$

Следующая теорема устанавливает связь между собственными значениями операторов H и $T(z)$.

Теорема 1. Число $z\in C\setminus\{[m;M]\cup\sigma_1\cup\sigma_2\}$ является собственным значением оператора H тогда и только тогда, когда оператор $T(z)$ имеет собственное значение, равное единице, и их кратности совпадают.

Заметим, что матричное уравнение $T(z)\varphi=\varphi$ обычно называется аналогом уравнения Фаддеева для собственных функций оператора H. Это уравнение играет важную роль при нахождении местоположения существенного спектра оператора H. А при помощи симметризованного варианта уравнения Фаддеева можно исследовать конечность или бесконечность числа собственных значений оператора H.

Теперь сформулируем результат, который описывает местоположение существенного спектра оператора H.

Теорема 2. Существенный спектр оператора H совпадает с множеством $[m;M]\cup\sigma_1\cup\sigma_2$, т.е. имеет место равенство

$$\sigma_{ess}(H)=[m;M]\cup\sigma_1\cup\sigma_2.$$

Кроме того, множество $\sigma_{ess}(H)$ представляет собой объединения не более чем трех отрезков.

Множества $\sigma_1\cup\sigma_2$ и $[m;M]$ называются двухчастичной и трехчастичной ветвями существенного спектра оператора H, соответственно.

Отметим, что $\max\sigma_{ess}(H)=M$. Пусть функция $u(\cdot,\cdot)$ имеет единственный невырожденный минимум в точке $(x_0,x_0)\in T^2$. Если $v_1(x_0)\neq 0$, то имеет место оценки $\min\sigma(H)\le\min\sigma_{ess}(H)<m$. Эти факты играет важную роль при исследовании дискретного спектра оператора H.

Список литературы / References

1. *Расулов Т.Х.* Структура существенного спектра модельного оператора, ассоциированного с системой трех частиц на решетке // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 26:2, 2012. С. 24-32.
2. *Расулов Т.Х.* Существенный спектр одного модельного оператора, ассоциированного с системой трех частиц на решетке // Теоретическая и математическая физика. 166:1, 2011. С. 95-109.
3. *Расулов Т.Х., Расулова З.Д.* Спектр одного трехчастичного модельного оператора на решетке с нелокальными потенциалами // Сибирские электронные математические известия. 12, 2015. С. 168-184.
4. *Расулов Т.Х., Мухитдинов Р.Т.* Конечность дискретного спектра модельного оператора, ассоциированного с системой трех частиц на решетке // Известия вузов. Математика. № 1, 2014. С. 61-70.

5. *Umirkulova G.H., Rasulov T.H.* Characteristic property of the Faddeev equation for three-particle model operator on a one-dimensional lattice // European science. 51:2, 2020. Часть II. С. 19-22.
6. *Расулов Т.Х., Рахмонов А.А.* Уравнение Фаддеева и местоположение существенного спектра одного трехчастичного модельного оператора // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 23:2, 2011. С. 170-180.
7. *Kurbonov G.G., Rasulov T.H.* Essential and discrete spectrum of the three-particle model operator having tensor sum form. Academy. 55:4, 2020. С. 8-13.
8. *Расулов Т.Х.* Асимптотика дискретного спектра одного модельного оператора, ассоциированного с системой трех частиц на решетке // Теоретическая и математическая физика. 163:1, 2010. С. 34-44.
9. *Умарова У.У.* Аналог системы интегральных уравнений Фаддеева для трехчастичного модельного оператора // Учёные XXI века. 40:5-3, 2018. С. 14-15.
10. *Rasulova Z.D.* Investigations of the essential spectrum of a model operator associated to a system of three particles on a lattice // J. Pure and App. Math.: Adv. Appl. 11:1, 2014. С. 37.
11. *Muminov M.I., Rasulov T.H.* Universality of the discrete spectrum asymptotics of the three-particle Schrödinger operator on a lattice // Nanosystems: Physics, Chemistry, Mathematics. 6:2, 2015. С. 280-293.
12. *Rasulova Z.D.* On the spectrum of a three-particle model operator // J. Math. Sci.: Adv. Appl. 25, 2014. С. 57-61.
13. *Rasulov T.H.* Number of eigenvalues of a three-particle lattice model Hamiltonian // Contem. Analysis and Appl. Mathematics. 2:2, 2014. С. 179-198.
14. *Rasulov T.H., Rasulova Z.D.* Essential and discrete spectrum of a three-particle lattice Hamiltonian with non-local potentials // Nanosystems: Physics, Chemistry, Mathematics. 5:3, 2014. С. 327-342.
15. *Muminov M.I, Rasulov T.H.* The Faddeev equation and essential spectrum of a Hamiltonian in Fock Space // Methods Funct. Anal. Topol. 17:1, 2011. С. 47-57.
16. *Muminov M.I., Rasulov T.H.* Infiniteness of the number of eigenvalues embedded in the essential spectrum of a 2x2 operator matrix // Eurasian Mathematical Journal. 5:2, 2014. С. 60-77.
17. *Расулов Т.Х.* Исследование спектра одного модельного оператора в пространстве Фока // Теорет. матем. физика. 161:2, 2009. С. 164-175.
18. *Расулов Т.Х.* Уравнение Фаддеева и местоположение существенного спектра модельного оператора нескольких частиц // Известия вузов. Математика. 12, 2008. С. 59-69.
19. *Muminov M.I., Rasulov T.H.* Embedded eigenvalues of an Hamiltonian in bosonic Fock space // Comm. in Mathematical Analysis. 17:1, 2014. С. 1-22.
20. *Muminov M.I., Rasulov T.H.* On the eigenvalues of a 2x2 block operator matrix // Opuscula Mathematica. 35:3, 2015. С. 369-393.
21. *Rasulov T.H.* On the finiteness of the discrete spectrum of a 3x3 operator matrix // Methods of Functional Analysis and Topology. 22:1, 2016. С. 48-61.
22. *Rasulov T.H.* The finiteness of the number of eigenvalues of an Hamiltonian in Fock space // Proceedings of IAM. 5:2 (2016. С. 156-174.
23. *Расулов Т.Х.* Исследование существенного спектра одного матричного оператора // Теоретическая и математическая физика. 164:1, 2010. С. 62-77.

ЮРИДИЧЕСКИЕ НАУКИ

РЕАЛИЗАЦИЯ ПРИНЦИПА ЕДИНООБРАЗИЯ СУДЕБНОЙ ПРАКТИКИ

Евлоева Д.Х. Email: Evloeva694@scientifictext.ru

Евлоева Диана Хасановна - студент,
кафедра конституционного и международного права,
Всероссийский государственный университет юстиции (РПА Минюста РФ),
г. Москва

Аннотация: *в данной статье рассматриваются особенности реализации принципа единообразия судебной практики. Проанализировано соотношение понятий «единство судебной практики» и «единообразие судебной практики». О важности изучения данной проблемы свидетельствует тот факт, что полноценное функционирование всей системы правосудия определяется, в частности, реализацией принципа единообразия судебной практики. Иными словами, принцип единообразия судебной практики выступает в качестве одного из критериев оценки эффективности судебной системы в целом.*
Ключевые слова: *судебная практика, единообразие судебной практики, единство судебной практики.*

IMPLEMENTATION OF THE PRINCIPLE OF UNIFORM JUDICIAL PRACTICE

Evloeva D.H.

Evloeva Diana Hasanovna - Student,
DEPARTMENT OF CONSTITUTIONAL AND INTERNATIONAL LAW,
ALL-RUSSIAN STATE UNIVERSITY OF JUSTICE
(RPA OF THE MINISTRY OF JUSTICE OF RUSSIA), MOSCOW

Abstract: *the features of the implementation of the principle of uniformity of judicial practice are considered. The correlation between the concepts "unity of judicial practice" and "uniformity of judicial practice". The importance of studying this problem is evidenced by the fact that the full functioning of the entire justice system is determined, inter alia, by the implementation of the principle of uniformity of judicial practice. In other words, the principle of uniformity of jurisprudence comes into play as one of the criteria for assessing the effectiveness of the justice system as a whole.*
Keywords: *judicial practice, uniformity of judicial practice, unity of judicial practice.*

УДК 347.91

Вопросы, касающиеся единства прецедентного права, на протяжении нескольких лет привлекают к себе внимание учёных. Данной актуальной теме посвящались научные статьи, монографии и диссертации. Но, тем не менее, в юридической научной и учебной литературе нет единого толкования понятия единства прецедентного права [1]. Изучив работы выдающихся ученных-правоведов и практических работников-юристов, можно сделать вывод, что под единством прецедентного права понимается единообразное применение и толкование судами материального и процессуального права. В первую очередь, воплощение принципа единообразия судебной практики, заключается в едином толковании норм права, как арбитражных судах, так и в судах общей юрисдикции. Считаются неприемлемыми ситуации, когда суды по-разному трактуют одни и те же нормы. Не стоит забывать о том, что данный принцип направлен также и законодательным органам постольку, поскольку не следует публиковать нормы права, противоречащие друг другу, а также намеренно поддерживать неоднозначность между различными субъектами правоотношений.

Хотя законы и используют термин «единообразное толкование», тем не менее, нигде не содержится указаний относительно того, что считать «единообразным». Как показывает практика, содержание данного понятия до сих пор во многом неясно. При этом, несмотря на непонимание, Конституционный Суд Российской Федерации высказал принципиальное положение, согласно которому единой может быть признана только такая практика, которая не противоречит требованию законности.

Одной из важнейших проблем является то, что зачастую судами высшей инстанции используются в качестве тождественных разные по существу понятия. Например, в большинстве случаев синонимами выступают такие понятия как «единообразие судебной практики» и «единство судебной практики», что является недопустимым, неправильным. Единообразие – это нормы, применяемые «по одному образцу». Единство – это цель, средством достижения которой выступает единообразие. Распространенный в юридических догмах взгляд на содержания данных понятий является спорным. Если цель поддержания единства судебной практики приводит к формально интегрированному разрешению аналогичных по характеру спора и применимой норме дел, то вполне очевидным будет то, что любая устоявшаяся практика будет соответствовать заявленной цели, противореча конституционно установленным целям правосудия.

Одной из актуальных проблем также является несовершенство действующего законодательства. Для исполнения конституционных принципов судебной власти на государственном уровне должны быть созданы надлежащие условия, позволяющие судам эффективно осуществлять полномочия. В то же время поспешное принятие новых правовых норм, частые изменения законодательства, отсутствие внутренней согласованности правовых норм приводят к дестабилизации судебной деятельности и правоприменительной практики. Принимаемые законы часто противоречат друг другу, не содержат механизма реализации закрепленных в них положений. Некоторые отношения между субъектами не урегулированы, отсутствует детальный судебный порядок рассмотрения ряда категорий дел. Таким образом, при отправлении правосудия суды сталкиваются с недостатками законодательства, что не может повлиять на единообразие судебной практики.

Помимо изложенного, нельзя не сказать о влияние актов Конституционного Суда Российской Федерации на действие принципа единообразия судебной практики. Судебная практика, формируемая Конституционным Судом Российской Федерации, играет основополагающую роль по сравнению с практикой иных судебных органов, но, тем не менее, дискуссии по вопросу признания правотворческой деятельности Конституционного Суда Российской Федерации в качестве источника права не утихают и по сей день. Действительно, акты Конституционного Суда Российской Федерации играют важную роль в современной судебной практике, поскольку влекут за собой определенные правовые последствия, в основном для нижестоящих судов, в силу того, что они, как правило, являются обязательными, окончательными и вступают в законную силу немедленно после провозглашения. Тем не менее, принимая во внимание то, что судебный прецедент на законодательном уровне не закреплен, в том числе касаемо решений Конституционного Суда РФ, дать ясный ответ на поставленную проблему крайне сложно. Вместе с тем, нельзя не согласиться с мнением ученных-правоведов и практических работников-юристов о необходимости признания правовых позиций Конституционного суда источником права, учитывая несовершенство законодательного регулирования.

Обобщая сказанное, предлагается ввести и закрепить на законодательном уровне принцип единства судебной практики и придать ему точное определение, во избежание дальнейших дискуссий и проблем применения данного термина [2]. Таким образом, несмотря на то, что отсутствует единый подход в отношении понятия единообразия, тем не менее, доступная судебная практика позволяет установить основные разрабатываемые судами подходы для характеристики текущего состояния судебной практики по тому или иному вопросу.

Список литературы / References

1. *Гук П.А.* Принцип единства судебной практики в российском судопроизводстве / П.А. Гук, Е.П. Гук // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Общественные науки, 2016. № 3 (39). 86 с.
2. *Татаренко Н.С.* Проблемы обеспечения арбитражными судами единой судебной практики. Сборник статей международной научно-практической конференции «Актуальные вопросы современного права. Пути теоретического и практического решения проблем» (01.03.2018). Уфа: АЭТЕРНА, 2018. 224-229 с.

ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ НАУКИ

РОЛЬ СОВРЕМЕННЫХ ИНТЕРАКТИВНЫХ МЕТОДОВ В ИЗУЧЕНИИ ТЕМЫ «МНОЖЕСТВА И ОПЕРАЦИИ НАД НИМИ»

Умарова У.У. Email: Umarova694@scientifictext.ru

Умарова Умида Умаровна – старший преподаватель,
кафедра математики, физико-математический факультет,
Бухарский государственный университет, г. Бухара, Республика Узбекистан

Аннотация: *в данной статье раскрывается использование интерактивных методов обучения студентов. Автор изложил, содержание, методику, формы интерактивного метода «Кластер» для изучения темы «Множества и операции над ними». Потому что методика кластер – это карта понятий, которая позволяет студентам свободно размышлять над какой–то темой, дает возможность оценить свои знания и представления об изучаемом объекте, помогает развивать память. Использование подобных интерактивных методов является одним из средств пробуждения интереса к знаниям, способствует более глубокому усвоению материала, развивает критическое и логическое мышление студентов.*
Ключевые слова: *метод, интерактивные методы, интерактивное обучение, множество, технологии, кластер.*

THE ROLE OF MODERN INTERACTIVE METHODS IN LEARNING THE TOPIC "SETS AND OPERATIONS ON THEM"

Umarova U.U.

Umarova Umida Umarovna – Senior Lecturer,
DEPARTMENT OF MATHEMATICS, FACULTY OF PHYSICS AND MATHEMATICS,
BUKHARA STATE UNIVERSITY, BUKHARA, REPUBLIC OFUZBEKISTAN

Abstract: *this article covers the use of interactive teaching methods for students. The authors presented the content, methodology, forms of the interactive method "Cluster" for teaching the topic "Sets and operations on them". Because, the cluster technique is a concept map that allows students to freely reflect on a topic, makes it possible to assess their knowledge and ideas about the object being searched for, and helps develop memory. The use of such interactive methods is one of the means of awakening interest in knowledge, contributing to a deeper assimilation of the material, and developing students' critical and logical thinking.*
Keywords: *method, interactive methods, interactive learning, set, technology, cluster.*

УДК 37.02

На современном этапе модернизации сферы образования особое значение приобретают эффективные методы обучения. Проблема методов в педагогике – одна из важнейших. Это сердцевина учебного процесса, важное связующее звено между запрограммированной целью и конечным педагогическим результатом. Методы обуславливают цели, содержание, принципы, формы обучения. Происходящие в современности изменения в общественной жизни требуют развития новых способов образования, педагогических технологий, имеющих дело с индивидуальным развитием личности, творческой инициацией, навыка самостоятельного движение в информационных полях, формирования у обучающегося универсального умение ставить и решать задачи для разрешение возникающих в жизни проблем в профессиональной деятельности, самоопределении, повседневной жизни.

В обучении интерактивному методу разработаны разные виды и принципы для развития этого метода. В настоящее время интерактивный метод в вузах распространяется в быстром темпе и это связано с развитием новых технологий, новых навыков, но при этом рассматривается все возможные улучшения условий. Суть интерактивного обучения состоит в том, что учебный процесс организован, чтобы развивать деятельность учащихся с помощью новых технологий, новых навыков. Значит, инновационные технологии имеют важное значение в развитии.

В зависимости от содержания учебного материала, уровня подготовки группы используются различные методы обучения.

Кластер (англ. Cluster – пучок, гроздь) – объединение нескольких однородных элементов, которое может рассматриваться как самостоятельная единица, обладающая определенными свойствами. Кластер – это способ графической организации материала, позволяющий сделать наглядными те мыслительные процессы, которые происходят при погружении в ту или иную тему.

Каковы этапы работы при составлении кластера?

1-й этап – посередине чистого листа пишется ключевое слово или словосочетание, которое является «сердцем» идеи, темы.

2-й этап – студенты записывают все то, что вспомнилось им по поводу данной темы. В результате вокруг «разбрасываются» слова или словосочетания, выражающие идеи, факты, образы, подходящие для данной темы. Записывается все, что называют учащиеся, ничего не отсеивается.

3-й этап – осуществляется систематизация. После чтения учебника, объяснения преподавателя студенты начинают анализировать и систематизировать изученный материал. Хаотичные записи слов-ассоциаций объединяются в группы, в зависимости от того, какую сторону содержания отражает то или иное записанное понятие, факт. Ненужное, ошибочное зачеркивается.

4-й этап – по мере записи появившиеся слова соединяются прямыми линиями с ключевым понятием. У каждого из «спутников» в свою очередь тоже появляются «спутники», устанавливаются новые логические связи. В итоге получается структура, которая графически отображает наши размышления, определяет информационное поле данной темы.

Составлять кластер можно и при самостоятельном чтении учебного материала. Это позволяет осмыслить прочитанное, а учитель имеет возможность по составленному кластеру определить верность установления причинно-следственных связей и, при необходимости, оказать индивидуальную помощь учащимся.

Использовать кластер возможно и на стадии контроля, предложив учащимся заполнить уже подготовленные учителем схемы-связи по контролируемому материалу. Заполнение такого кластера требует от студента четкого изложения фактов и основных положений изученного материала.

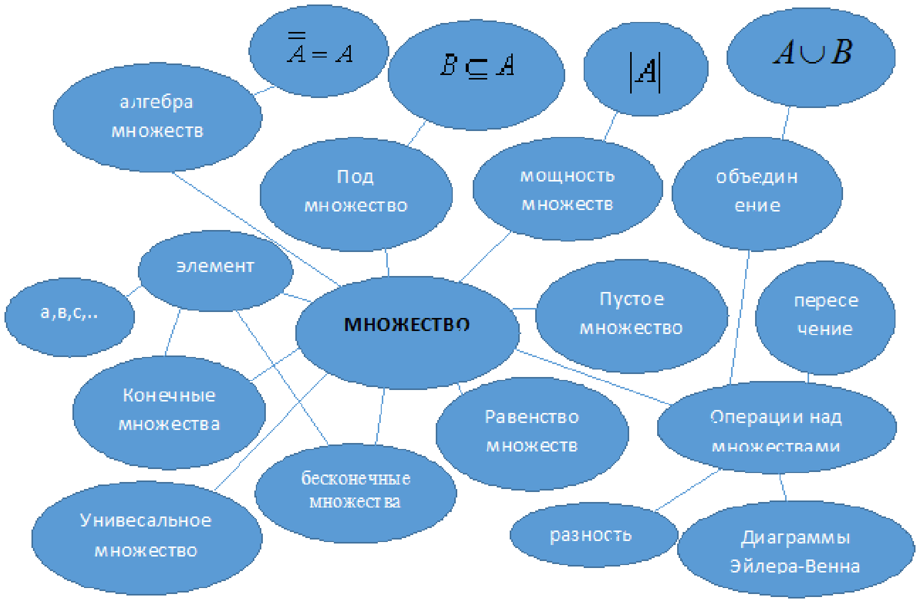

Рис. 1. Кластер на тему «Множество и операции над ними»

Начало истории развития и использования интерактивных методов обучения приходится на 20-е годы XX века. С этого момента использовались многие технологии интерактивного метода, мы привели некоторые из них, которые в настоящее время значительно применяются, но в то же время, говорить это предел развития интерактивного метода не объективно, так как всегда технологии обновляются и поэтому с каждым разом меняются методы обучения. Из этого можно сделать вывод, что преподаватель как универсальный обладатель направления должен обладать всеми новейшими методами, см., например, [1-7].

В работах [8 - 24] множество T^d так называемый d-мерный тор, рассматривается как абелева группа, в которой операции сложения и умножения на вещественное число введены как операции сложения и умножения на вещественное число в R^d по модулю $(2\pi Z)^d$.

Список литературы / References

1. *Rashidov A.Sh.* Development of creative and working with information competences of students in mathematics // European Journal of Research and Reflection in Educational Sciences. 8:3, 2020. Часть II. С. 10-15.
2. *Rasulov T.H., Rashidov A.Sh.* The usage of foreign experience in effective organization of teaching activities in Mathematics // International journal of scientific & technology research. 9:4, 2020. С. 3068-3071.
3. *Rasulov T.H., Rasulova Z.D.* Organizing educational activities based on interactive methods on mathematics subject // Journal of Global Research in Mathematical Archives. 6:10, 2019. С. 43-45.
4. *Mardanova F.Ya., Rasulov T.H.* Advantages and disadbantages of the method of working in small group in teaching higher mathematics // Academy. 55:4, 2020. С. 65.
5. *Boboyeva M.N., Rasulov T.H.* The method of using problematic equation in teaching theory of matrix to students // Academy. 55:4, 2020. С. 68-71.

6. *Rasulova Z.D.* Conditions and opportunities of organizing independent creative works of students of the direction Technology in Higher Education // International Journal of Scientific & Technology Research. 9:3, 2020. C. 2552-2155.
7. *Расулов Т.Х., Нуриддинов Ж.З.* Об одном методе решения линейных интегральных уравнений // Молодой учёный. 90:10, 2015. С. 16-20.
8. *Умарова У.У.* Аналог системы интегральных уравнений Фаддеева для трехчастичного модельного оператора // Учёные XXI века. 40:5-3, 2018. С. 14-15.
9. *Умарова У.У.* Обычные и квадратичные числовые образы 2x2-матриц. оператора // Учёные XXI века. 53:6-1, 2019. С. 25-26.
10. *Rasulov T.H., Dilmurodov E.B.* Eigenvalues and virtual levels of a family of 2x2 operator matrices // Methods Func. Anal. Topology, 25:1, 2019. C. 273-281.
11. *Muminov M.I., Rasulov T.H.* On the eigenvalues of a 2x2 block operator matrix // Opuscula Mathematica. 35:3, 2015. C. 369-393.
12. *Rasulov T.H.* On the finiteness of the discrete spectrum of a 3x3 operator matrix // Methods of Functional Analysis and Topology, 22:1, 2016. C. 48-61.
13. *Muminov M.I., Rasulov T.H.* Infiniteness of the number of eigenvalues embedded in the essential spectrum of a 2x2 operator matrix // Eurasian Mathematical Journal. 5:2, 2014. C. 60-77.
14. *Muminov M.I., Rasulov T.H.* Embedded eigenvalues of an Hamiltonian in bosonic Fock space // Comm. in Mathematical Analysis. 17:1, 2014. C. 1-22.
15. *Rasulov T.H.* The finiteness of the number of eigenvalues of an Hamiltonian in Fock space // Proceedings of IAM, 5:2, 2016. C. 156-174.
16. *Rasulov T.H.* Number of eigenvalues of a three-particle lattice model Hamiltonian // Contemporary Anal. Appl. Mathematics. 2:2, 2014. C. 179-198.
17. *Расулов Т.Х.* Исследование спектра одного модельного оператора в пространстве Фока // Теорет. матем. физика. 161:2, 2009. С. 164-175.
18. *Rasulov T.H.* Investigations of the essential spectrum of a Hamiltonian in Fock space // Appl. Math. Inf. Sci. 4:3, 2010. C. 395-412.
19. *Muminov M., Neidhardt H., Rasulov T.* On the spectrum of the lattice spin-boson Hamiltonian for any coupling: 1D case // J. Math. Phys., 56, 2015. 053507.
20. *Rasulov T.H., Dilmurodov E.B.* Threshold analysis for a family of 2x2 operator matrices // Nanosystems: Phys., Chem., Math., 10:6, 2019. C. 616-622.
21. *Muminov M.I., Rasulov T.H.* On the number of eigenvalues of the family of operator matrices. // Nanosystems: Phys., Chem., Math., 5:5, 2014. C. 619-625.
22. *Rasulov T.H., Rasulova Z.D.* Essential and discrete spectrum of a three-particle lattice Hamiltonian with non-local potentials // Nanosystems: Physics, Chemistry, Mathematics, 5:3, 2014. C. 327-342.
23. *Лакаев С.Н., Расулов Т.Х.* Модель в теории возмущений существенного спектра многочастичных операторов // Математические заметки. 73:4, 2003. С. 556-564.
24. *Лакаев С.Н., Расулов Т.Х.* Об эффекте Ефимова в модели теории возмущений существенного спектра // Функциональный анализ и его прилож. 37:1, 2003. С. 81.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭВРИСТИЧЕСКОГО МЕТОДА ПРИ ОБЪЯСНЕНИИ ТЕМЫ «НЕПРЕРЫВНЫЕ ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРЫ» ПО ПРЕДМЕТУ «ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ»

Хайитова Х.Г. Email: Khayitova694@scientifictext.ru

Хайитова Хилола Гафуровна – преподаватель,
кафедра математики, физико-математический факультет,
Бухарский государственный университет, г. Бухара, Республика Узбекистан

Аннотация: *в данной статье приводятся идеи и комментарии по использованию эвристических методов обучения в преподавании предмета «Функциональный анализ» в высших учебных заведениях на тему «Линейные непрерывные операторы». Описаны преимущества и недостатки эвристического метода обучения. Рекомендации по организации математического образования в высших учебных заведениях на основе современных педагогических технологий, методов исследования. При использовании эвристических методов обучения учащийся может самостоятельно приобретать знания и навыки по теме и свободно выражать свои взгляды и мнения по этой теме с помощью вопросов и ответов, которые возникают в классе.*
Ключевые слова: *метод научного изыскания, эвристическое образование, независимое мышление, интерактивный метод.*

USING THE HEURISTIC METHOD WHEN EXPLAINING THE TOPIC "CONTINUOUS LINEAR OPERATORS" IN THE SUBJECT "FUNCTIONAL ANALYSIS"

Khayitova Kh.G.

Khayitova Khilola Gafurovna – Teacher,
DEPARTMENT OF MATHEMATICS, FACULTY OF PHYSICS AND MATHEMATICS,
BUKHARA STATE UNIVERSITY, BUKHARA, REPUBLIC OF UZBEKISTAN

Abstract: *this article provides ideas and comments on the use of heuristic methods of teaching in teaching the subject "Functional Analysis" in higher educational institutions on the topic "Linear continuous operators". The advantages and disadvantages of the heuristic teaching method are described. Recommendations for the organization of mathematical education in higher educational institutions based on modern pedagogical technologies, research methods. When using heuristic teaching methods, the student can independently acquire knowledge and skills on the topic and freely express their views and opinions on this topic using questions and answers that arise in the classroom.*
Keywords: *method of scientific research, heuristic education, independent thinking, interactive method.*

УДК 37.02

Нам известно, что математика как предмет использует метод научного изыскания при изучении космических форм материального мира и количественные соотношения между ними. С формированием свободного мышления в преподавании математики развивается такое качество, как рассуждение, основанное на фактах. Сегодня в процессе преподавания математики особенно акцентируются такие методы [1-7] как эвристический метод, дискуссия, лекция и другие методы традиционной и нетрадиционной методики, основанные на новых педагогических технологиях. Ниже приведены преимущества использования эвристического метода при преподавании темы "Непрерывные линейные операторы" в предмете функциональный анализ.

Слово эвристика означает найти ответ на основе вопросов и ответов. Преподавание эвристическом методом начали использовать в школах в XIX веке. Американский ученый Поя так объясняет эвристический метод в своей книге "Как решать задачу?": цель эвристики - искать закономерности и правила, которые приведут к новшествам. Поя предлагает реализовать процесс при уточнении по следующему плану.

1. Понять, как поставить задачу.
2. Составить план решения задач.
3. Реализовать план.
4. Проверить решение задач.

Теперь в качестве доказательства рассмотрим использования эвристического метода при объяснении "Линейные непрерывные операторы" из функционального анализа. В работах [8-24] исследуются существенный спектр и дискретный спектр линейных непрерывных операторов, действующих в соответствующих гильбертовых пространствах. При этом используются элементы функционального анализа, а также методы современной математической физики. В процессе обучения образуется диалог между учащимся и учителем и это и отражает всю суть эвристического метода.

Учитель: Скажите характерное качество $(Bf)(x) = \int_a^b K(x,t)f(t)dt$ оператора которое отражает в себе с пространство $C[a,b]$.

Студент: B оператор линейный оператор.

Учитель: На какой основе?

Студент: Линейность этого оператора основывается на определение линейного оператора и на линейность интеграллинирования, то есть здесь линейность оператора для случайных $f, g \in C[a,b]$ и $\alpha, \beta \in$, это удовлетворение условия $\big(B(\alpha f + \beta g)(x)\big) = \alpha(Bf)(x) + \beta(Bg)(x)$

Учитель: Какие качества этот оператор имеет?

Студент: B непрерывный оператор

Учитель: Объясните?

Студент: Используя уравнение $\|Bf_n - Bf_0\| \geq 0$ для случайных $f_0 \in C[a,b]$, получаем непрерывность из $\lim_{n\to} \|Bf_n - Bf_0\| = 0$.

Учитель: Еще какие примеры знаете про линейного непрерывного оператора?

Студент: Единичный оператор тоже непрерывный линейный оператор то есть если уравнение

$$I(\alpha x + \beta y) = \alpha Ix + \beta Iy, \qquad \|I(x - x_0)\| = \|x - x_0\|$$

имеет место то это показывает и линейность непрерывность единичного оператора.

Теперь следующую задачу решаем эвристическим путем.

Учитель: Имеется ли противоположный оператор оператору $A: R^3 \to R^3, Ax = (x_1, x_2 + x_1, x_3)$.

Студент: Да имеется.

Учитель: Докажите.

Студент: Для того чтобы имелось противоположный оператор данному оператору A уравнение $Ax = y$ должно иметь единого решения.

$$Ax = y \Leftrightarrow (x_1, x_2 + x_1, x_3) = (y_1, y_2, y_3)$$

Из этого

$$\begin{cases} x_1 = y_1 \\ x_2 + x_1 = y_2 \\ x_3 = y_3 \end{cases} \Leftrightarrow (x_1, x_2, x_3) = (y_1, y_2 - y_1, y_3) = A^{-1}y.$$

Значит противоположный оператор оператору A есть.

Учитель: Удовлетворяет ли оператор $A: R^3 \to R^3$ условия теоремы Банах о противоположных теоремах?

Студент: Да удовлетворяет. Это исходить из того что отражение A является биективным отражением.

Учитель: Может ли противоположный к данному оператору оператор быт линейном?

Студент: Да по теореме противоположный к линейному оператору оператор может быт линейным.

Суть эвристического метода в том, что проблемная часть урока решается в диалоге между учащимся и учителем. В результате у студента формируется свободное мышление и поставленную задачу он может решить сам. Активное участие студентов в дискуссионных процессах может служить хорошей основой для внедрения этого метода. Организация учебного процесса в вузах по математики и особенно по функциональному анализу по новым педагогическим технологиям позволяет поставить студента в центр процесса преподавание и избежать из таких пороков как выучить наизусть всю программу или как автоматическое повторении. Только в этом случае студенты будут иметь точное представление про преимущества и слабые места своих качество и внедрение в реальную жизнь решения задач.

Список литературы / References

1. *Rashidov A.Sh.* Development of creative and working with information competences of students in mathematics // European Journal of Research and Reflection in Educational Sciences. 8:3, 2020. Часть II. C. 10-15.
2. *Rasulov T.H., Rashidov A.Sh.* The usage of foreign experience in effective organization of teaching activities in Mathematics // International journal of scientific & technology research. 9:4, 2020. C. 3068-3071.
3. *Rasulov T.H., Rasulova Z.D.* Organizing educational activities based on interactive methods on mathematics subject // Journal of Global Research in Mathematical Archives. 6:10, 2019. C. 43-45.
4. *Mardanova F.Ya., Rasulov T.H.* Advantages and disadbantages of the method of working in small group in teaching higher mathematics // Academy. 55:4, 2020. C. 65.
5. *Boboyeva M.N., Rasulov T.H.* The method of using problematic equation in teaching theory of matrix to students // Academy. 55:4, 2020. C. 68-71.
6. *Rasulova Z.D.* Conditions and opportunities of organizing independent creative works of students of the direction Technology in Higher Education // International Journal of Scientific & Technology Research. 9:3, 2020. C. 2552-2155.
7. *Расулов Т.Х., Нуриддинов Ж.З.* Об одном методе решения линейных интегральных уравнений // Молодой учёный. 90:10, 2015. С. 16-20.
8. *Умарова У.У.* Аналог системы интегральных уравнений Фаддеева для трехчастичного модельного оператора // Учёные XXI века. 40:5-3, 2018. С. 14-15.
9. *Умарова У.У.* Обычные и квадратичные числовые образы 2x2-матриц. оператора // Учёные XXI века. 53:6-1, 2019. С. 25-26.
10. *Rasulov T.H., Dilmurodov E.B.* Eigenvalues and virtual levels of a family of 2x2 operator matrices // Methods Func. Anal. Topology, 25:1, 2019. C. 273-281.
11. *Muminov M.I., Rasulov T.H.* On the eigenvalues of a 2x2 block operator matrix // Opuscula Mathematica. 35:3, 2015. C. 369-393.
12. *Rasulov T.H.* On the finiteness of the discrete spectrum of a 3x3 operator matrix // Methods of Functional Analysis and Topology, 22:1, 2016. C. 48-61.
13. *Muminov M.I., Rasulov T.H.* Infiniteness of the number of eigenvalues embedded in the essential spectrum of a 2x2 operator matrix // Eurasian Mathematical Journal. 5:2, 2014. C. 60-77.
14. *Muminov M.I., Rasulov T.H.* Embedded eigenvalues of an Hamiltonian in bosonic Fock space // Comm. in Mathematical Analysis. 17:1, 2014. C. 1-22.
15. *Rasulov T.H.* The finiteness of the number of eigenvalues of an Hamiltonian in Fock space // Proceedings of IAM, 5:2, 2016. C. 156-174.

16. *Rasulov T.H.* Number of eigenvalues of a three-particle lattice model Hamiltonian // Contemporary Anal. Appl. Mathematics. 2:2, 2014. C. 179-198.
17. *Расулов Т.Х.* Исследование спектра одного модельного оператора в пространстве Фока // Теорет. матем. физика. 161:2, 2009. С. 164-175.
18. *Rasulov T.H.* Investigations of the essential spectrum of a Hamiltonian in Fock space // Appl. Math. Inf. Sci. 4:3, 2010. C. 395-412.
19. *Muminov M., Neidhardt H., Rasulov T.* On the spectrum of the lattice spin-boson Hamiltonian for any coupling: 1D case // J. Math. Phys., 56, 2015. 053507.
20. *Rasulov T.H., Dilmurodov E.B.* Threshold analysis for a family of 2x2 operator matrices // Nanosystems: Phys., Chem., Math., 10:6, 2019. C. 616-622.
21. *Muminov M.I., Rasulov T.H.* On the number of eigenvalues of the family of operator matrices. // Nanosystems: Phys., Chem., Math., 5:5, 2014. C. 619-625.
22. *Rasulov T.H., Rasulova Z.D.* Essential and discrete spectrum of a three-particle lattice Hamiltonian with non-local potentials // Nanosystems: Physics, Chemistry, Mathematics, 5:3, 2014. C. 327-342.
23. *Лакаев С.Н., Расулов Т.Х.* Модель в теории возмущений существенного спектра многочастичных операторов // Математические заметки. 73:4, 2003. С. 556-564.
24. *Лакаев С.Н., Расулов Т.Х.* Об эффекте Ефимова в модели теории возмущений существенного спектра // Функциональный анализ и его прилож. 37:1, 2003. С. 81.

МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ СВЯЗИ В ПРЕПОДАВАНИИ КОМПЛЕКСНОГО АНАЛИЗА

Тошева Н.А. Email: Tosheva694@scientifictext.ru

Тошева Наргиза Ахмедовна – преподаватель,
кафедра математики, физико-математический факультет,
Бухарский государственный университет, г. Бухара, Республика Узбекистан

Аннотация: *в настоящей статье подробно анализируется проблема междисциплинарных связей в предмете комплексного анализа, который преподается в высших учебных заведениях в направлениях математики и физики. Основное внимание уделяется роли комплексного анализа в преподавании аналитической геометрии, дифференциальных уравнений, математического анализа, алгебры и теории чисел, а также функционального анализа. Соответствующие темы были выбраны из всех перечисленных дисциплин, и были подчеркнуты преимущества использования понятий комплексного анализа.*
Ключевые слова: *комплексный анализ, интеграция, аналитическая геометрия, математический анализ, алгебра, функциональный анализ.*

INTERDISCIPLINARY CONNECTION IN THE TEACHING OF COMPLEX ANALYSIS

Tosheva N.A.

Tosheva Nargiza Ahmedovna – Teacher,
DEPARTMENT OF MATHEMATICS, FACULTY OF PHYSICS AND MATHEMATICS,
BUKHARA STATE UNIVERSITY, BUKHARA, REPUBLIC OF UZBEKISTAN

Abstract: *in the present paper the issue of interdisciplinary connection in the subject of Complex Analysis, which is taught in higher education institutions in the field of Mathematics and Physics is an analyzed in detail. It focuses on the role of complex analysis in the teaching of analytical geometry, differential equations, mathematical analysis, algebra and number theory, and functional analysis. Relevant topics were selected from all the listed disciplines and the advantages of using the concepts of complex analysis were emphasized.*
Keywords: *complex analysis, integration, analytical geometry, mathematical analysis, algebra, functional analysis.*

УДК 37.02

Сегодняшние профессора и преподаватели вузов должны полностью в себе сформировать образ XXI века, они должны знать не только свою собственную область, а должны стать знающими целую отрасль, которая обеспечивает междисциплинарную связь, н должны свободно говорить красивым литературным языком, быть последовательными, практичными в слове, совершенными в обществе, постоянными в вере, со здоровой духовной идеологией, мыслью и памятью, воспитывающими здоровых, разносторонне развитых детей.

Сегодня интеграционные процессы проникают на все виды деятельности человеческой жизни и становятся важным методом современного мышления. Существуют разные толкования термина интеграция, на основе которых лежать общая идея. Существуют структурные элементы интеграции, и можно говорить об их взаимодействии, появлении определенной интеграции в результате эффекта другой. Компонентами научной интеграции являются знания и их составляющие. Когда мы исследуем проблемы интеграции в Комплексном анализе, мы стремимся решать проблему интеграции двумя способами, основываясь на содержании образования (науки) или технологии обучения. Интеграция образовательного контента осуществляется посредством междисциплинарного общения, и статус основного предмета в междисциплинарном общении может состоять из разных вариантов. Время от времени тот или иной предмет служит основой для установления связей между двумя дисциплинами, для их интеграции. Однако следует отметить, что суть науки комплексного анализа заключается в ее абстрактном изучении определенных явлений. На определенном этапе развития любой науки возникает необходимость прибегать к математическим методам [1-7]. Эта наука достигает совершенства в результате их применения.

В этой статье мы анализируем связь предмета комплексный анализ с такими предметами, как аналитическая геометрия, дифференциальные уравнения, математический анализ, алгебра и теория чисел и функциональный анализ. В работах [8-24] спектральные свойства, в частности, типы спектров самосопряженных операторов детально проанализированы с использованием нулей голоморфной функции.

Сначала мы рассмотрим связь между предметом комплексный анализ и предметом аналитическая геометрия. Известно, что каждое комплексное число представляет собой одну точку на плоскости. Наоборот, каждая точка на плоскости представляет собой комплексное число, действительная часть которого равна абсциссе этой точки, а мнимая часть равна ее ординате. Пусть функции $x = x(t)$ и $y = y(t)$ заданы и непрерывны на отрезке $[a,b]$. Тогда следующая функция $z = z(t) = x(t) + iy(t), t \in [a,b]$ ($a < b$) называется параметрическим уравнением кривой. Эта кривая в зависимости от выбора $x = x(t)$ и $y = y(t)$ представляет собой такую кривую, как окружность, астроид, циклоида, гипербола, парабола, эллипс, круг Аполлона и т.д.

Теперь рассмотрим связь между предметами комплексный анализ и дифференциальные уравнения. Прежде всего следует отметить, что многие задачи естествознания и техники приводят к нахождению неизвестной функции, которая описывает рассматриваемое явление или процесс. Если коэффициенты уравнения действительны, а некоторые корни мнимые, то они самосопряжённые, т.е. $\lambda_1 = \alpha + i\beta$ и $\lambda_2 = \alpha - i\beta$. $e^{i\beta} = \cos\beta + i\sin\beta$ формула Эйлера, которая известная в комплексном анализе, играет важную роль в построении подходящих решений.

Рассмотрим замечательные приложения комплексного анализа в предмете математический анализ. Предмет комплексный анализ является неотъемлемым продолжением предмета математический анализ и является одним из основных разделов высшей математики. В нем объекты, изучаемые в математическом анализе, рассматриваются с точки зрения комплексного анализа, и их изучают более подробно. Приведены свойства, присущие только функциям комплексного переменного. Но даже в этом случае многие задачи математического анализа могут быть решены с использованием данного комплексного анализа. Одним из основных понятий комплексного анализа является понятие вычиты и с использованием основной теоремы теории вычитов, известную теорему Коши и ее обобщения можно легко вычислить криволинейные интегралы, несобственные интегралы и некоторые классы определенных интегралов. Кроме того могут быть легко вычислены тригонометрические суммы вида

$\sin x + \sin(2x) + \ldots + \sin(nx)$, $\cos x + \cos(2x) + \ldots + \cos(nx)$ используя формулу Эйлера и формулу вычисления суммы n членов геометрической прогрессии.

Элементы комплексного анализа также важны в алгебре и теории чисел. Примером этого является знаменитая фундаментальная теорема алгебры: алгебраическое уравнение n-го порядка имеет n действительныех корней и точно n комплекных корней. В частности, уравнение $x^n = 1$ имеет n комплексных решений, которые называются n-ым корнем 1. Ниже приведены некоторые сведения о кубических корнях из 1. Уравнение $x^3 = 1$ имеет 3 комплексных решения. Чтобы найти их, мы используем тригонометрическое представление числа 1: $x^3 = \cos(2k\pi) + i\ \sin(2k\pi)$. Решение последного уравнения находится по формуле Муавра

$$x = \cos\frac{2k\pi}{3} + i\ \sin\frac{2k\pi}{3},\ k = 0,1,2$$

при $k = 0,1,2$ принимает три разных значения.

Понятия комплексного анализа также важны в предмете функциональный анализ, который преподается в высших учебных заведениях. Действительность или комплексность линейных пространств зависит от выбора операции умножения элемента на число в числовом поле. Понятия комплексного анализа используются для исследования элементов теории операторов и векторных пространств, в частности евклидовых пространств, определенные в которых операторы являются самосопряженными.

Список литературы / References

1. *Rashidov A.Sh.* Development of creative and working with information competences of students in mathematics // European Journal of Research and Reflection in Educational Sciences. 8:3, 2020. Часть II. С. 10-15.
2. *Rasulov T.H., Rashidov A.Sh.* The usage of foreign experience in effective organization of teaching activities in Mathematics // International journal of scientific & technology research. 9:4, 2020. С. 3068-3071.
3. *Rasulov T.H., Rasulova Z.D.* Organizing educational activities based on interactive methods on mathematics subject // Journal of Global Research in Mathematical Archives. 6:10, 2019. С. 43-45.
4. *Mardanova F.Ya., Rasulov T.H.* Advantages and disadbantages of the method of working in small group in teaching higher mathematics // Academy. 55:4, 2020. С. 65.
5. *Boboyeva M.N., Rasulov T.H.* The method of using problematic equation in teaching theory of matrix to students // Academy. 55:4, 2020. С. 68-71.
6. *Rasulova Z.D.* Conditions and opportunities of organizing independent creative works of students of the direction Technology in Higher Education // International Journal of Scientific & Technology Research. 9:3, 2020. С. 2552-2155.
7. *Расулов Т.Х., Нуриддинов Ж.З.* Об одном методе решения линейных интегральных уравнений // Молодой учёный. 90:10, 2015. С. 16-20.
8. *Умарова У.У.* Обычные и квадратичные числовые образы 2x2-матриц. оператора // Учёные XXI века. 53:6-1, 2019. С. 25-26.
9. *Muminov M.I, Rasulov T.H., Tosheva N.A.* Analysis of the discrete spectrum of the family of 3x3 operator matrices // Comm. Math. Anal. 11:1, 2020. С. 17-37.
10. *Rasulov T.H., Dilmurodov E.B.* Eigenvalues and virtual levels of a family of 2x2 operator matrices // Methods Func. Anal. Topology. 25:1, 2019. С. 273-281.
11. *Muminov M.I., Rasulov T.H.* On the eigenvalues of a 2x2 block operator matrix // Opuscula Mathematica. 35:3, 2015. С. 369-393.

12. *Rasulov T.H.* On the finiteness of the discrete spectrum of a 3x3 operator matrix // Methods of Functional Analysis and Topology, 22:1, 2016. С. 48-61.
13. *Muminov M.I., Rasulov T.H.* Infiniteness of the number of eigenvalues embedded in the essential spectrum of a 2x2 operator matrix // Eurasian Mathematical Journal. 5:2, 2014. С. 60-77.
14. *Muminov M.I., Rasulov T.H.* Embedded eigenvalues of an Hamiltonian in bosonic Fock space // Comm. in Mathematical Analysis. 17:1, 2014. С. 1-22.
15. *Rasulov T.H.* The finiteness of the number of eigenvalues of an Hamiltonian in Fock space // Proceedings of IAM, 5:2, 2016. С. 156-174.
16. *Расулов Т.Х.* Исследование спектра одного модельного оператора в пространстве Фока // Теорет. матем. физика. 161:2, 2009. С. 164-175.
17. *Rasulov T.H.* Investigations of the essential spectrum of a Hamiltonian in Fock space // Appl. Math. Inf. Sci. 4:3, 2010. С. 395-412.
18. *Muminov M., Neidhardt H., Rasulov T.* On the spectrum of the lattice spin-boson Hamiltonian for any coupling: 1D case // J. Math. Phys., 56, 2015. 053507.
19. *Rasulov T.H., Dilmurodov E.B*. Threshold analysis for a family of 2x2 operator matrices // Nanosystems: Phys., Chem., Math., 10:6, 2019. С. 616-622.
20. *Muminov M.I., Rasulov T.H.* On the number of eigenvalues of the family of operator matrices // Nanosystems: Phys., Chem., Math., 5:5, 2014. С. 619-625.
21. *Расулов Т.Х.* О ветвях существенного спектра решетчатой модели спин-бозон с не более чем двумя фотонами // Теоретическая и математическая физика. 186:2, 2016. С. 293-310.
22. *Муминов М.Э., Расулов Т.Х.* Формула для нахождения кратности собственных значений дополнения Шура одной блочно-операторной матрицы 3x3 // Сибирский математический журнал. 54:4, 2015. С. 878-895.
23. *Лакаев С.Н., Расулов Т.Х.* Модель в теории возмущений существенного спектра многочастичных операторов // Математические заметки. 73:4, 2003. С. 556-564.
24. *Лакаев С.Н., Расулов Т.Х.* Об эффекте Ефимова в модели теории возмущений существенного спектра // Функциональный анализ и его прилож. 37:1, 2003. С. 81.

ПРЕИМУЩЕСТВА КОМПЬЮТЕРНЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ОБУЧЕНИИ ТЕМЕ СКАЛЯРНОГО ПРОИЗВЕДЕНИЯ ВЕКТОРОВ

Курбонов Г.Г. Email: Kurbonov694@scientifictext.ru

Курбонов Гуломжон Гафурович – ассистент,
кафедра математики, физико-математический факультет,
Бухарский государственный университет, г. Бухара, Республика Узбекистан

Аннотация: *в настоящей статье подробно описаны преимущества обучения теме скалярного произведения векторов с использованием компьютерных технологий обучения. В процессе организации обучения на основе таких технологий проявляются интересы, мировоззрение, мышление, интеллектуальные и профессиональные способности студента, желающего овладеть предметом аналитической геометрии. Проанализированы пути увеличения способов использования компьютерных технологий обучения в обучении студентов понятию скалярного произведения в высших учебных заведениях.*

Ключевые слова: *компьютер, методология, технологии обучения, скалярное произведение, конечномерные и бесконечномерные пространства.*

ADVANTAGES OF COMPUTER EDUCATIONAL TECHNOLOGIES IN TEACHING THE TOPIC OF SCALAR PRODUCT OF VECTORS

Kurbonov G.G.

Kurbonov Gulomjon Gafurovich – Assistant,
DEPARTMENT OF MATHEMATICS, FACULTY OF PHYSICS AND MATHEMATICS,
BUKHARA STATE UNIVERSITY, BUKHARA, REPUBLIC OF UZBEKISTAN

Abstract: *the present article describes in detail the advantages of teaching the topic of scalar product of vectors using computer learning technologies. In the process of organizing training based on such technologies, the interests, worldview, thinking, intellectual and professional abilities of a student who wants to master the subject of analytical geometry are shown. The ways of increasing the use of computer technologies in teaching students the concept of scalar product in Higher Educational Universities are analyzed.*

Keywords: *computer, methodology, learning technologies, scalar product, finite-dimensional and infinite-dimensional spaces.*

УДК 37.02

В сфере образования внедрение современных информационных и компьютерных технологий, Интернета, современных методов цифровых и широкоформатных телекоммуникаций, таких передовых достижений, которые определяют сегодняшний уровень развития, должно осуществляться не только в школах, лицеях и колледжах, университетах, но и в каждой семье, мы должны глубоко понять важность этого внедрения. Информационные и телекоммуникационные технологии в образовании - это набор методов и приемов передачи информации учащимся с помощью компьютеров и телекоммуникаций, тестирования приобретения знаний, обработки и использования знаний, полученных в реальной жизни. В настоящее время дистанционное обучение прочно укоренилось во всех образовательных учреждениях республики, а среди интерактивных методов обучения [1-7] особое место в повышении эффективности математического образования занимает метод компьютерного обучения.

Автоматизированная обучающая система позволяет самостоятельно освоить тему скалярного произведения векторов. Система воплощает в себя простой учебник, набор задач, справочник и свойства эксперта, которые проверяют полученную информацию:

- обеспечивает оптимальный способ изучения материала, то есть позволяет студенту самостоятельно осваивать теорию и развивать навыки решения примеров и модельных задач, а также самопроверку качества знаний и умений;
- усваивает навыки аналитической и исследовательской деятельности;
- даёт возможность сэкономить студенческое время.

Она позволяет работать с темой скалярного произведения векторов, рисовать графики отношений между ними и рисовать графики заданных фигурами и позволяет работать над отношениями, а также четко описывать графики и их свойства. Отображение при помощи компьютерных программ двух векторов на плоскости, выполнение операций над ними, отображение суммы и разности векторов и геометрическая точка зрения скалярного произведения обеспечивает студентам четкое представление о процессе. Программа тестирования предназначена для проверки и оценки качества полученных знаний о скалярном произведении векторов. Она позволяют студенту ввести ответ, максимально приближенный к общепринятой форме; хранение результатов проверок, статистический анализ; и должна позволять получить адекватную оценку.

У компьютерного обучения по теме «Скалярное произведение векторов» много преимуществ. Перечислим некоторые из них. Уменьшается время учащихся на развитие определенных навыков; увеличивается количество выполняемых заданий; темпы успеваемости учащихся ускоряются; в результате необходимости активного управления компьютером ученик становится субъектом обучения; студенты будут иметь возможность моделировать и напрямую демонстрировать процессы, которые сложно наблюдать и понять; можно будет обеспечить урок удаленными ресурсами с помощью средств коммуникации; Тема скалярного произведения векторов приобретает характер дидактической игры общения с компьютером, тем самым повышая мотивацию учащихся к учебной деятельности.

Применение компьютерных технологий обучения по теме скалярного произведения векторов приводит к реализации принципов дифференциально-индивидуального подхода к обучению. Учитель дает возможность каждому ученику самостоятельно поработать с учебными материалами по теме во время урока. Студенты будут иметь возможность познакомиться с новым материалом на основании заданного расписания.

Использование компьютерных технологий в учебном процессе способствует повышению качества самостоятельного обучения, творческому подходу к процессу обучения, формированию умений для получения новых знаний.

Использование компьютеров в учебном процессе по теме скалярного произведения векторов позволяет:

- формирует потребность в знаниях у студентов;
- активизирует познавательную деятельность студентов;
- повышает интерес студентов к изучению науки;
- повышает желание научиться работать с компьютером;
- знакомит с современными методами научного познания по теме, связанной с использованием компьютеров;
- повышает уровень индивидуальности ученика в обучении;
- расширяется спектр используемых учебных материалов по теме;
- усиливает демонстрации в образовании;
- повышает самоконтроль студента, т.е. расширяет факторы процесса оценивания и т.д.

Например, решить следующие задачи с помощью компьютерной программы и рисования графиков намного проще.

Задача 1. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Задача 2. Вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ заданные координатами. Найдите угол φ между ними.

В заключение следует отметить, что в современном быстро меняющемся мире очень важно используя компьютерных технологий обучения в учебном процессе повышать способность молодых людей мыслить самостоятельно, привлечь их в большее самосовершенствование.

Скалярное произведение векторов в конечномерных пространствах можно также вводить для бесконечномерных пространств, в частности, для вектор-функций с конечными числами координат в обрезанных подпространствах пространства Фока [8-24]. Используя введенное скалярное произведение, можно определить сопряжение операторных матриц, при необходимости построить ортогональные системы и найти косинус угла между двумя вектор-функциями и т.д.

Список литературы / References

1. *Rashidov A.Sh.* Development of creative and working with information competences of students in mathematics // European Journal of Research and Reflection in Educational Sciences. **8**:3, 2020. Часть II. С. 10-15.
2. *Rasulov T.H., Rashidov A.Sh.* The usage of foreign experience in effective organization of teaching activities in Mathematics // International journal of scientific & technology research. **9**:4, 2020. С. 3068-3071.
3. *Rasulov T.H., Rasulova Z.D.* Organizing educational activities based on interactive methods on mathematics subject // Journal of Global Research in Mathematical Archives. **6**:10, 2019. С. 43-45.
4. *Mardanova F.Ya., Rasulov T.H.* Advantages and disadbantages of the method of working in small group in teaching higher mathematics // Academy. **55**:4, 2020. С. 65.
5. *Boboyeva M.N., Rasulov T.H.* The method of using problematic equation in teaching theory of matrix to students // Academy. **55**:4, 2020. С. 68-71.
6. *Rasulova Z.D.* Conditions and opportunities of organizing independent creative works of students of the direction Technology in Higher Education // International Journal of Scientific & Technology Research. **9**:3, 2020. С. 2552-2155.
7. *Расулов Т.Х., Нуриддинов Ж.З.* Об одном методе решения линейных интегральных уравнений // Молодой учёный. **90**:10, 2015. С. 16-20.
8. *Умарова У.У.* Обычные и квадратичные числовые образы 2x2-матриц. оператора // Учёные XXI века. **53**:6-1, 2019. С. 25-26.
9. *Muminov M.I, Rasulov T.H., Tosheva N.A.* Analysis of the discrete spectrum of the family of 3x3 operator matrices // Comm. Math. Anal. **11**:1, 2020. С. 17-37.
10. *Rasulov T.H., Dilmurodov E.B.* Eigenvalues and virtual levels of a family of 2x2 operator matrices // Methods Func. Anal. Topology. 25:1, 2019. С. 273-281.
11. *Muminov M.I., Rasulov T.H.* On the eigenvalues of a 2x2 block operator matrix // Opuscula Mathematica. **35**:3, 2015. С. 369-393.
12. *Rasulov T.H.* On the finiteness of the discrete spectrum of a 3x3 operator matrix // Methods of Functional Analysis and Topology, **22**:1, 2016. С. 48-61.
13. *Muminov M.I., Rasulov T.H.* Infiniteness of the number of eigenvalues embedded in the essential spectrum of a 2x2 operator matrix // Eurasian Mathematical Journal. 5:2, 2014. С. 60-77.
14. *Muminov M.I., Rasulov T.H.* Embedded eigenvalues of an Hamiltonian in bosonic Fock space // Comm. in Mathematical Analysis. **17**:1, 2014. С. 1-22.

15. *Rasulov T.H.* The finiteness of the number of eigenvalues of an Hamiltonian in Fock space // Proceedings of IAM, **5**:2, 2016. С. 156-174.
16. *Расулов Т.Х.* Исследование спектра одного модельного оператора в пространстве Фока // Теорет. матем. физика. 161:2, 2009. С. 164-175.
17. *Rasulov T.H.* Investigations of the essential spectrum of a Hamiltonian in Fock space // Appl. Math. Inf. Sci. 4:3, 2010. С. 395-412.
18. *Muminov M., Neidhardt H., Rasulov T.* On the spectrum of the lattice spin-boson Hamiltonian for any coupling: 1D case // J. Math. Phys., 56, 2015. 053507.
19. *Rasulov T.H., Dilmurodov E.B*. Threshold analysis for a family of 2x2 operator matrices // Nanosystems: Phys., Chem., Math., 10:6, 2019. С. 616-622.
20. *Muminov M.I., Rasulov T.H.* On the number of eigenvalues of the family of operator matrices // Nanosystems: Phys., Chem., Math., 5:5, 2014. С. 619-625.
21. *Расулов Т.Х.* О ветвях существенного спектра решетчатой модели спин-бозон с не более чем двумя фотонами // Теоретическая и математическая физика. 186:2, 2016. С. 293-310.
22. *Муминов М.Э., Расулов Т.Х.* Формула для нахождения кратности собственных значений дополнения Шура одной блочно-операторной матрицы 3х3 // Сибирский математический журнал. 54:4, 2015. С. 878-895.
23. *Лакаев С.Н., Расулов Т.Х.* Модель в теории возмущений существенного спектра многочастичных операторов // Математические заметки. 73:4, 2003. С. 556-564.
24. *Лакаев С.Н., Расулов Т.Х.* Об эффекте Ефимова в модели теории возмущений существенного спектра // Функциональный анализ и его прилож. 37:1, 2003. С. 81.

НАУЧНОЕ ИЗДАНИЕ

ИЗДАТЕЛЬСТВО
«ПРОБЛЕМЫ НАУКИ»

АДРЕС РЕДАКЦИИ:
153008, РФ, Г. ИВАНОВО, УЛ. ЛЕЖНЕВСКАЯ, Д. 55, 4 ЭТАЖ
ТЕЛ.: +7 (910) 690-15-09

HTTP://SCIENTIFICJOURNAL.RU
E-MAIL: INFO@P8N.RU

ИЗДАТЕЛЬ
ООО «ОЛИМП»
УЧРЕДИТЕЛЬ: ВАЛЬЦЕВ СЕРГЕЙ ВИТАЛЬЕВИЧ
117321, Г. МОСКВА, УЛ. ПРОФСОЮЗНАЯ, Д. 140

ИЗДАТЕЛЬСТВО «ПРОБЛЕМЫ НАУКИ»
HTTPS://WWW.SCIENCEPROBLEMS.RU
EMAIL: INFO@P8N.RU, +7(910)690-15-09

НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ «ВЕСТНИК НАУКИ И ОБРАЗОВАНИЯ»
В ОБЯЗАТЕЛЬНОМ ПОРЯДКЕ РАССЫЛАЕТСЯ:

1. Библиотека Администрации Президента Российской Федерации, Москва;
Адрес: 103132, Москва, Старая площадь, д. 8/5.
2. Парламентская библиотека Российской Федерации, Москва;
Адрес: Москва, ул. Охотный ряд, 1
3. Российская государственная библиотека (РГБ);
Адрес: 110000, Москва, ул. Воздвиженка,3/5
4. Российская национальная библиотека (РНБ);
Адрес: 191069, Санкт-Петербург, ул. Садовая, 18
5. Научная библиотека Московского государственного университета
имени М.В. Ломоносова (МГУ), Москва;
Адрес: 119899 Москва, Воробьевы горы, МГУ, Научная библиотека

ПОЛНЫЙ СПИСОК НА САЙТЕ ЖУРНАЛА: HTTP://SCIENTIFICJOURNAL.RU

ЦЕНА СВОБОДНАЯ